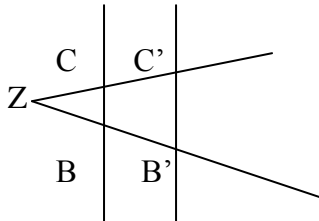


5. Strahlensätze

1. Strahlensatz:



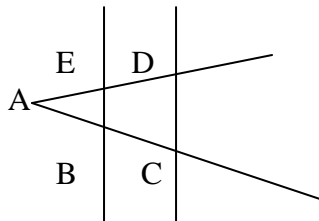
Wenn 2 Strahlen, die von einem Punkt Z ausgehen, von 2 parallelen Geraden geschnitten werden, dann gilt:

Die Abschnitte auf dem einen Strahl und die entsprechenden Abschnitte auf dem anderen Strahl haben das gleiche Streckenverhältnis. Das heißt, es gilt:

$$\frac{ZB'}{ZB} = \frac{ZC'}{ZC} \text{ und auch:}$$

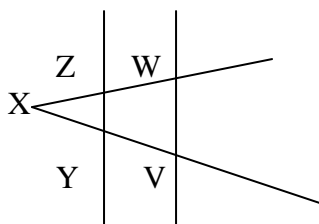
$$\frac{BB'}{ZB} = \frac{CC'}{ZC}$$

Beispiele:



$$\frac{ZC}{ZB} = \frac{ZD}{ZE} \text{ und auch:}$$

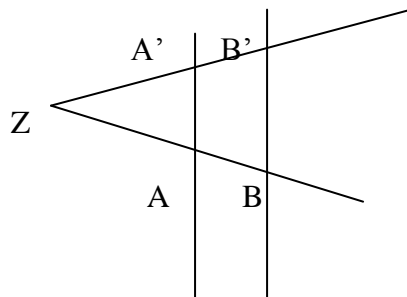
$$\frac{BC}{ZB} = \frac{DE}{ZE}$$



$$\frac{XV}{XY} = \frac{YW}{XZ} \text{ und auch:}$$

$$\frac{YV}{XY} = \frac{ZW}{XZ}$$

Strahlensatzfigur



Werden 2 Strahlen, die von einem Punkt ausgehen, von 2 Parallelen geschnitten,

1. Strahlensatz:

so verhalten sich die Abschnitte auf dem einen Strahl wie die entsprechenden Abschnitte auf dem anderen Strahl.

a)

$$\frac{ZA}{AB} = \frac{ZA'}{A'B'}$$

b)

$$\frac{ZA}{ZB} = \frac{ZA'}{ZB'}$$

Eine gute Regel zum Merken ist:

$$\frac{\text{Lang}}{\text{Kurz}} = \frac{\text{Lang}}{\text{Kurz}}$$

2. Strahlensatz:

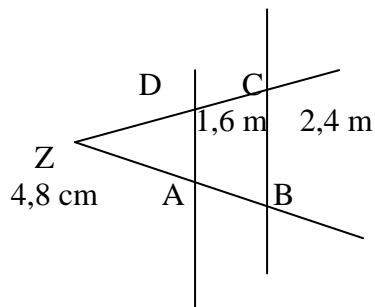
so verhalten sich die parallelen Abschnitte wie die entsprechenden Scheitelabschnitte auf dem einen Strahl (oder dem anderen Strahl).

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{ZA}{ZB}$$

Beim 2. Strahlensatz ist es ja fast das gleiche, aber hier werden auch die Abschnitte auf den Parallelen betrachtet... ☺

Berechnung von Strecken mit Hilfe der Strahlensätze:

a)

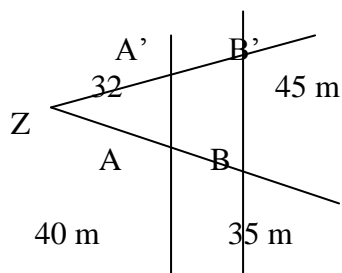


$$\frac{1,6}{2,4} = \frac{x}{4,8} \quad | \cdot 4,8$$

$$x = \frac{1,6 \cdot 4,8}{2,4}$$

$$x = 3,2 \text{ cm}$$

b)



$$\frac{40}{35} = \frac{32}{x} \quad | \cdot x$$

$$32 = \frac{40 \cdot x}{35} \quad | \cdot 35$$

$$32 \cdot 35 = 40 \cdot x \quad | : 40$$

$$x = \frac{32 \cdot 35}{40}$$

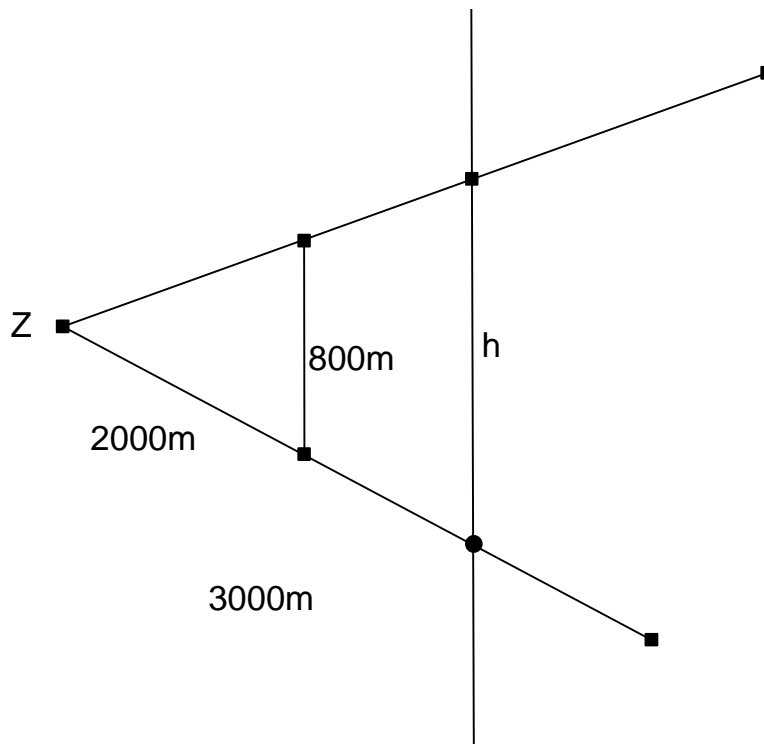
$$x = 28$$

$$\frac{x}{45} = \frac{40}{75} \quad | \cdot 45$$

$$x = \frac{40 \cdot 45}{75}$$

$$x = 24$$

c)



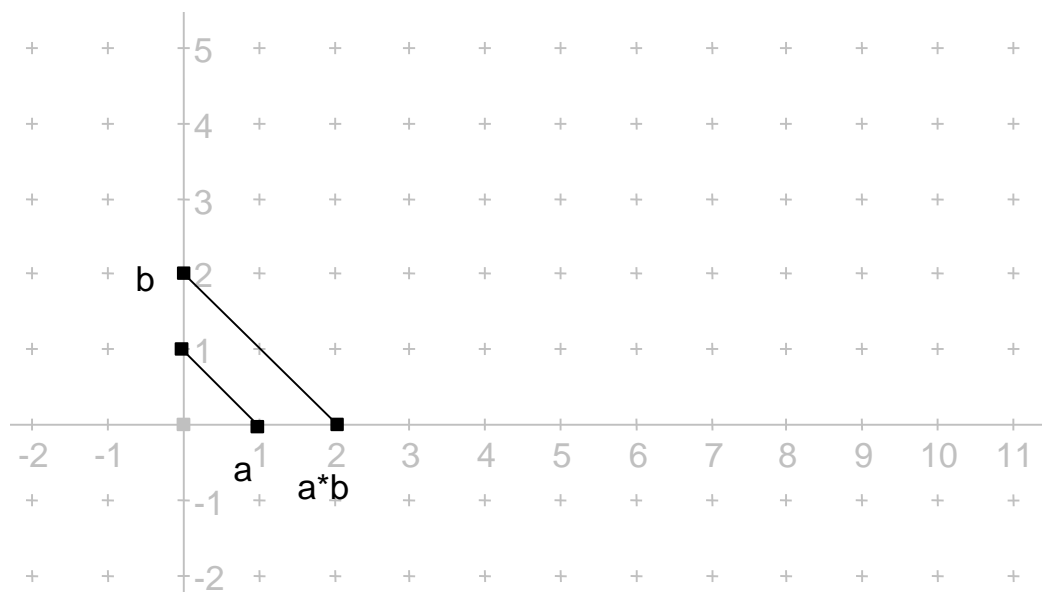
$$\frac{800m}{h} = \frac{2000m}{3000m} \quad | \cdot h$$

$$800m = \frac{2000m \cdot h}{3000m} \quad | \cdot 3000m$$

$$800m \cdot 3000 = 2000 \cdot h \quad | : 2000$$

$$h = \frac{800m \cdot 3000}{2000}$$

$$h = 1200m$$

Strahlensätze:1. Strahlensatz:

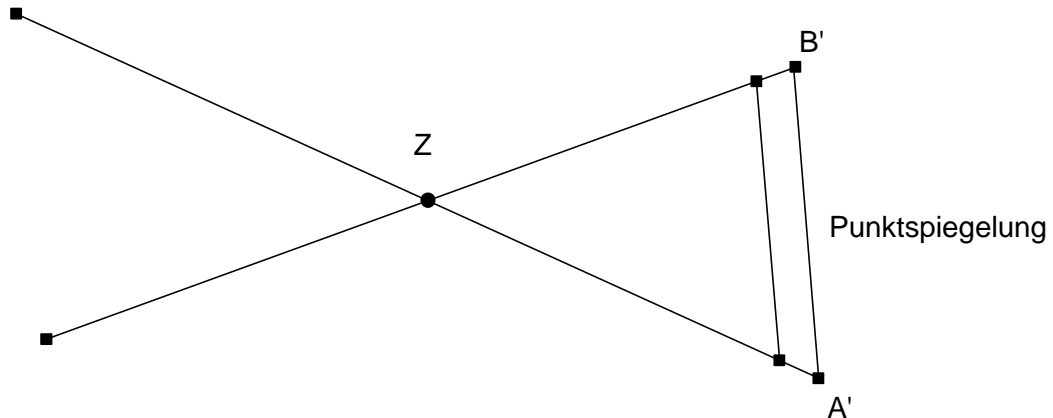
$$\frac{a}{x_0} = \frac{1}{b} \mid \bullet b$$

$$\frac{a \bullet b}{x_0} = 1 \mid \bullet x_0$$

$$x_0 = a \bullet b$$

Strahlensätze mit einer Punktspiegelung oder Achsenspiegelung verbunden:

Immer wieder treten solche Strahlensatzfiguren auf... Aber auch hier kann man die Strahlensätze sehr leicht anwenden und die fehlenden Strecken berechnen... Solche Figuren entstehen entweder durch eine Punktspiegelung oder durch eine Achsenspiegelung... Um bei solchen Figuren die Strahlensätze anwenden zu können, müsst ihr einfach nur die Spiegelung „rückgängig“ machen... ☺

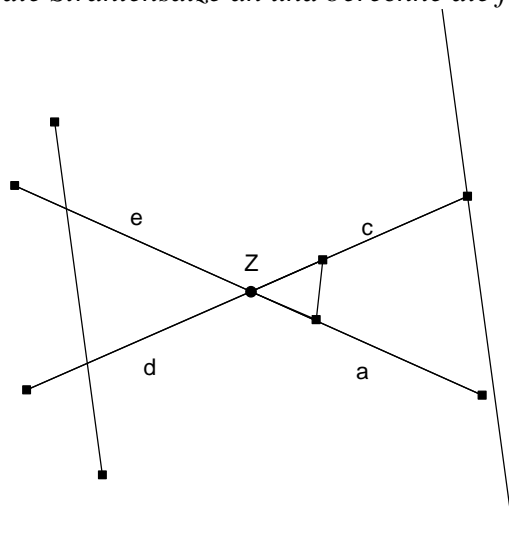


Punktspiegelung

Achsen Spiegelung

Aufgaben zum Verfestigen dieses Themas:

1) Wende die Strahlensätze an und berechne die fehlenden Strecken.



Lösung:

1. Strahlensatz:

$$\frac{e}{a} = \frac{d}{c}$$

a)

$$\frac{10}{e} = \frac{9}{5}$$

$$e = 5,5 \text{ m}$$

$$\frac{f}{a} = \frac{5,5}{10}$$

$$f = 4,4 \text{ m}$$

b)

$$\frac{a}{10} = \frac{15}{8}$$

$$a = 18,75 \text{ m}$$

$$\frac{f}{20} = \frac{10}{18,75}$$

$$f = 16,6 \text{ m}$$

c)

$$\frac{15}{30} = \frac{d}{25}$$

$$d = 12,5$$

$$\frac{35}{e} = \frac{25}{12,5}$$

$$e = 17,5$$

d)

$$\frac{20}{36} = \frac{12}{c}$$

$$c = 21 \text{ m}$$

$$\frac{40}{e} = \frac{21}{12}$$

$$e = 22 \text{ m}$$

e)

$$\frac{10}{b} = \frac{12}{20}$$

$$b = 16,6 \text{ m}$$

f)

$$\frac{f}{b} = \frac{2}{3}$$

$$f = \frac{2b}{3}$$

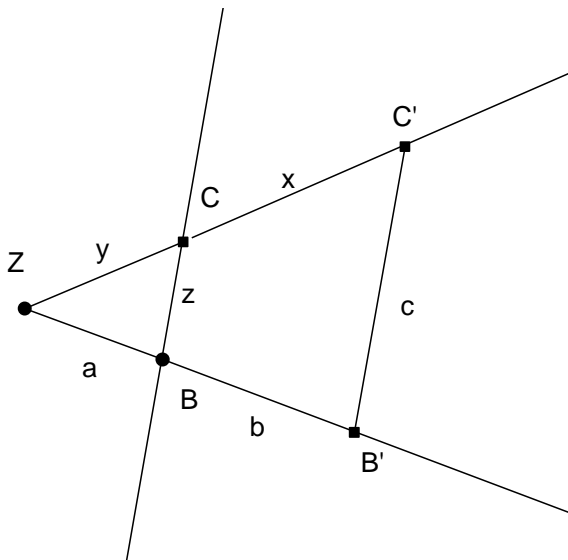
Zusammenfassung der Ergebnisse:

	a	b	c	d	e	f
a)	10 m	8 m	9 m	5 m	5,5 m	4,26 m
b)	18,75 m	20 m	15 m	8 m	10 m	10,6 m
c)	35 m	30 m	25 m	12,5 m	17,5 m	15 m
d)	40 m	36 m	21,6 m	12 m	22,2 m	20 m
e)	20 m	16,6 m	15 m	9 m	12 m	10 m
f)	30 m	$\frac{2b}{3} \text{ m}$	20 m	15 m	20 m	$\frac{2}{3}bf \text{ m}$

1) Wende die Strahlensätze an und berechne die fehlenden Strecken.

Lösung:

1. Strahlensatz:



$$\frac{ZB'}{ZB} = \frac{ZC'}{ZC}$$

Und auch:

$$\frac{BB'}{ZB} = \frac{CC'}{ZC}$$

Oder mit a, b, c, x, y, z geschrieben:

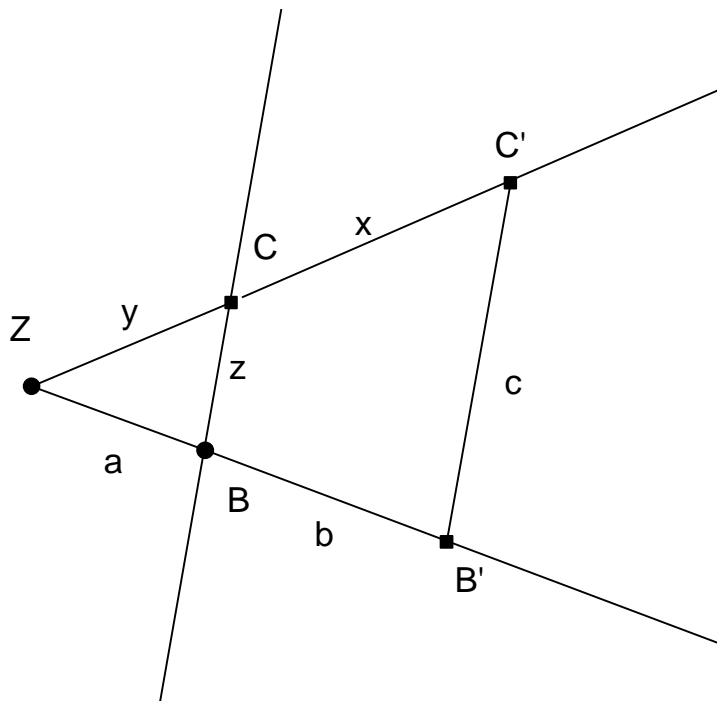
$$\frac{a+b}{a} = \frac{x+y}{y}$$

Und auch:

$$\frac{b}{a} = \frac{x}{y}$$

Wenn ... fehlt	Berechnung für ... (Die Längen für die anderen Strecken sind gegeben)
a	$\frac{a+b}{a} = \frac{x+y}{y}$
b	$\frac{b}{a} = \frac{x}{y}$
c	Geht nicht. (2. Strahlensatz)
x	$\frac{b}{a} = \frac{x}{y}$; $\frac{a+b}{a} = \frac{x+y}{y}$
y	$\frac{b}{a} = \frac{x}{y}$; $\frac{a+b}{a} = \frac{x+y}{y}$
z	Geht nicht. (2. Strahlensatz)

Beispiel:



	a	b	c	x	y	z
a)		30 m		60 m	90 m	
b)	20 m			60 m	80 m	
c)	50 m	150 m			200 m	
d)	30 m	90 m		120 m		

1) Berechne die Werte für die roten Kästchen.

Lösung:

a)

$$\frac{a+b}{a} = \frac{x+y}{y}$$

$$\frac{a+30}{a} = \frac{150}{90} \quad |*a$$

$$a+30 = \frac{150a}{90} \quad |*90$$

$$90a+2700=150a \quad | -90a$$

$$2700=60a \quad | :60$$

$$a=45$$

b)

$$\frac{b}{a} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{b}{20} = \frac{60}{80} \quad | *20$$

$$b=15$$

c)

$$\frac{b}{a} = \frac{x}{y} ; \frac{a+b}{a} = \frac{x+y}{y}$$

$$\frac{150}{50} = \frac{x}{200} \quad | *200$$

$$x=600$$

d)

$$\frac{b}{a} = \frac{x}{y} ; \frac{a+b}{a} = \frac{x+y}{y}$$

$$\frac{90}{30} = \frac{120}{y} \quad | *y$$

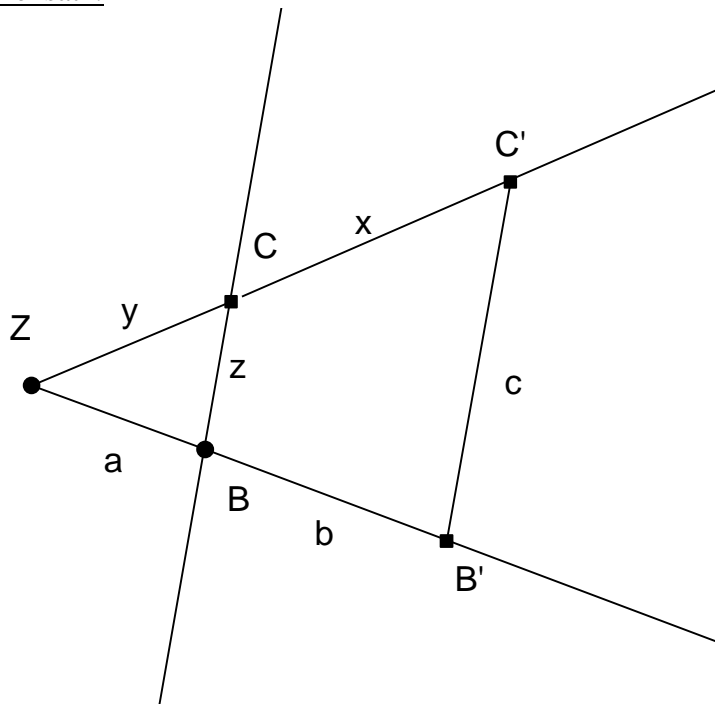
$$3y=120 \quad | :3$$

$$y=40$$

Zusammenfassung der Ergebnisse:

	a	b	c	x	y	z
a)	45 m	30 m		60 m	90 m	
b)	20 m	15 m		60 m	80 m	
c)	50 m	150 m		600 m	200 m	
d)	30 m	90 m		120 m	40 m	

2. Strahlensatz:



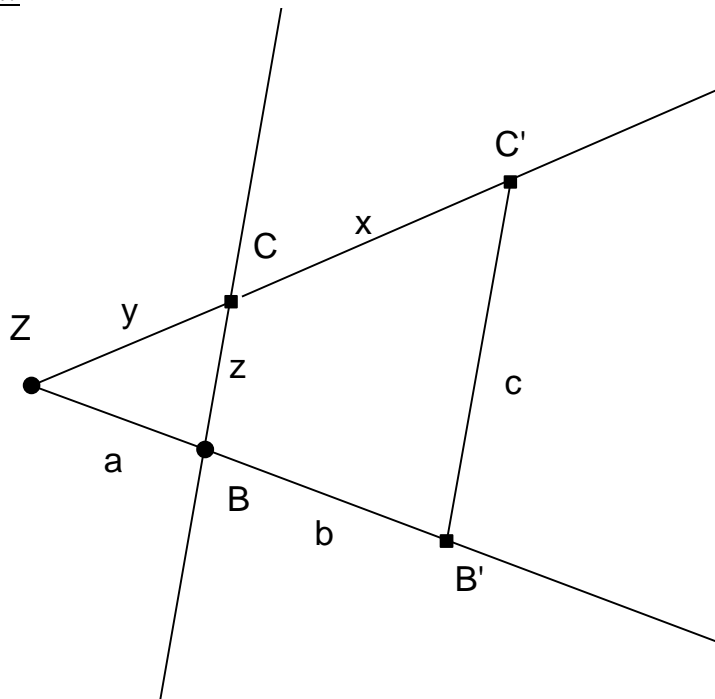
$$\frac{ZB'}{ZB} = \frac{B'C'}{BC}$$

Oder mit a, b, c, d, x, y, z geschrieben:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{c}{z}$$

Wenn ... fehlt	Berechnung für ... (Die Längen für die anderen Strecken sind gegeben)
a	$a+b = c$ $\frac{a}{a} = \frac{z}{z}$
b	$a+b = c$ $\frac{a}{a} = \frac{z}{z}$
c	$a+b = c$ $\frac{a}{a} = \frac{z}{z}$
x	Geht nicht. (1. Strahlensatz)
y	Geht nicht. (1. Strahlensatz)
z	$a+b = c$ $\frac{a}{a} = \frac{z}{z}$

Beispiel:



	a	b	c	x	y	z
a)		30 m	90 m			120 m
b)	20 m		80 m			160 m
c)	50 m	150 m				200 m
d)	30 m	90 m	120 m			

1) Berechne die Werte für die roten Kästchen.

Lösung:

a)

$$a + b = c$$

$$a \quad z$$

$$\frac{a+30}{a} = \frac{90}{120} \quad | *a$$

$$a+30 = \frac{90a}{120} \quad | *120$$

$$120a+3600=90a \quad | -120a$$

$$3600=-30a \quad | :(-30)$$

$$a=-120$$

b)

$$a+b = c$$

$$a \quad z$$

$$\frac{20+b}{20} = \frac{80}{160} \quad |*20$$

$$20+b = 10 \quad |-20$$

$$b = -10$$

Wie ihr bei a) und b) seht, sind die Aufgaben nicht lösbar, weil es keine negative Streckenangaben gibt, zu mindestens nicht in den Klassen 1-10.

c)

$$a+b = c$$

$$a \quad z$$

$$\frac{200}{50} = \frac{c}{200} \quad |*200$$

$$c = 800$$

d)

$$a+b = c$$

$$a \quad z$$

$$\frac{120}{30} = \frac{120}{z} \quad |*z$$

$$120z = 120 \quad |*30$$

$$30$$

$$120z = 3600 \quad |:120$$

$$z = 30$$

Zusammenfassung der Ergebnisse:

	a	b	c	x	y	z
a)	-120 m	30 m	90 m			120 m
b)	20 m	-10 m	80 m			160 m
c)	50 m	150 m	800 m			200 m
d)	30 m	90 m	120 m			30 m

