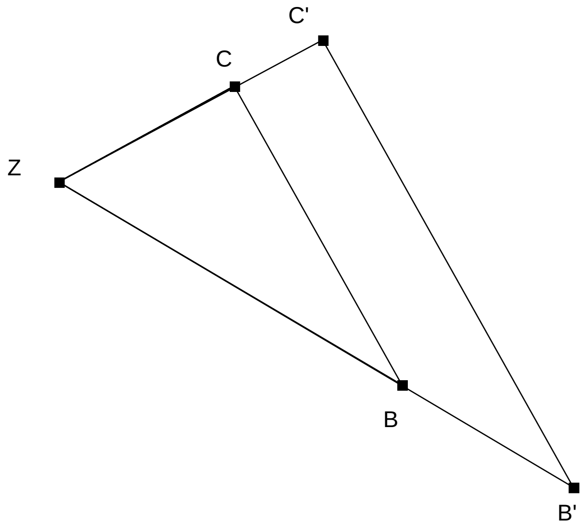
Umkehrung des 1. Strahlensatzes

2 Strahlen vom Punkt Z ausgehend:

Oberer Strahl: ZC=4 cm; ZC'=6 cm

Unterer Strahl: ZB=8 cm; ZB'=12 cm



Untersuche:

$\frac{ZB}{ZB'}$ und $\frac{ZC}{ZC'}$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\frac{8}{12} \qquad \frac{4}{6}$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ ***gleiches Streckenverhältnis!***

$\frac{ZB}{ZB'} = \frac{ZC}{ZC'}$

Lage von BC und B'C' zu einander:

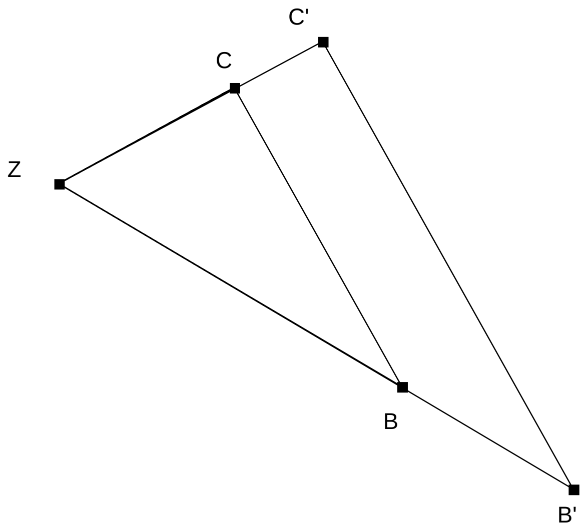
Die beiden Strecken sind parallel. **Parallelität!**

Die Umkehrung des 1. Strahlensatzes gilt! Dies haben wir eben oben bewiesen!

Die Umkehrung des ersten Strahlensatzes lautet:
Zwei Strahlen, die von einem Punkt Z ausgehen, werden von zwei Geraden geschnitten. Wenn die Abschnitte auf dem einem Strahl und die entsprechenden Abschnitte auf dem anderen Strahl das gleiche Streckenverhältnis haben, dann sind die beiden Geraden parallel.

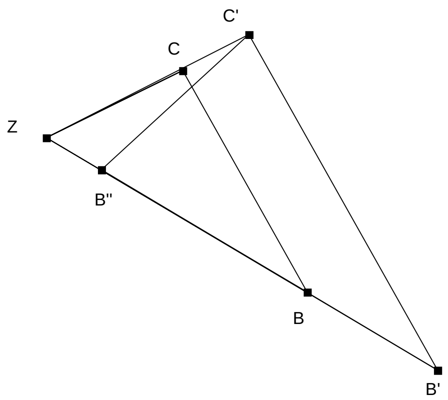
Umkehrung des 2. Strahlensatzes

Ihr fragt euch mit Sicherheit, ob es auch eine Umkehrung des 2. Strahlensatzes gibt, diese Frage wird euch jetzt beantwortet:



$$\frac{B'C'}{BC} = \frac{ZB'}{ZB}$$

$$\frac{B'C'}{BC} = \frac{ZC'}{ZC}$$



Die Strecken sind nicht parallel.

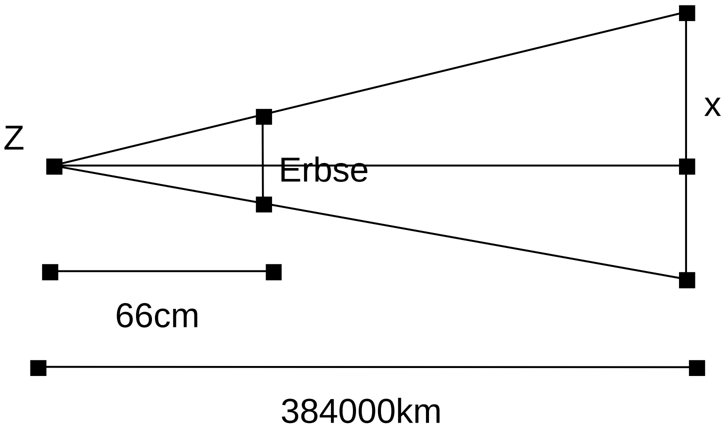
Die Umkehrung des 2. Strahlensatz gibt es nicht.

Aufgaben:

1. Eine Erbse von 6 mm Durchmesser verdeckt gerade den 384000 km entfernten Vollmond, wenn man sie 66 cm vom Auge entfernt hält.

Fertige eine Skizze an und berechne den Mondradius.

Lösung:



$$\frac{x}{3\text{ mm}} = \frac{66\text{ cm}}{384000\text{ km}} \quad |*3\text{ mm}$$

$$x = \frac{1980\text{ mm}}{384000\text{ km}}$$

$$x = 1745{,}45\text{ km}$$

$$\frac{3\text{ mm}}{x} = \frac{66\text{ cm}}{384000\text{ km}} \quad |\bullet x$$

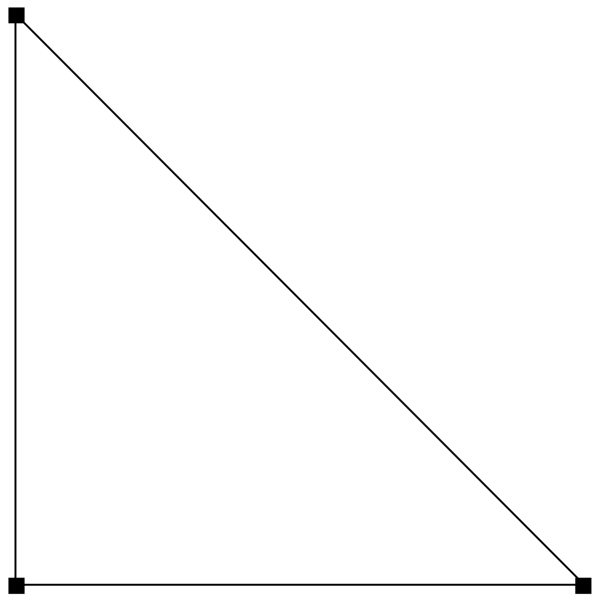
$$3\text{ mm} = \frac{66\text{ mm} \bullet x}{384000\text{ km}} \quad |* \bullet 38400000000\text{ mm}$$

$$115200000000\text{ mm} = 66\text{ mm} \bullet x \quad |:66\text{ mm}$$

$$x = 1745454545{,}45\text{ mm}$$

$$x = 1745{,}45\text{ km}$$

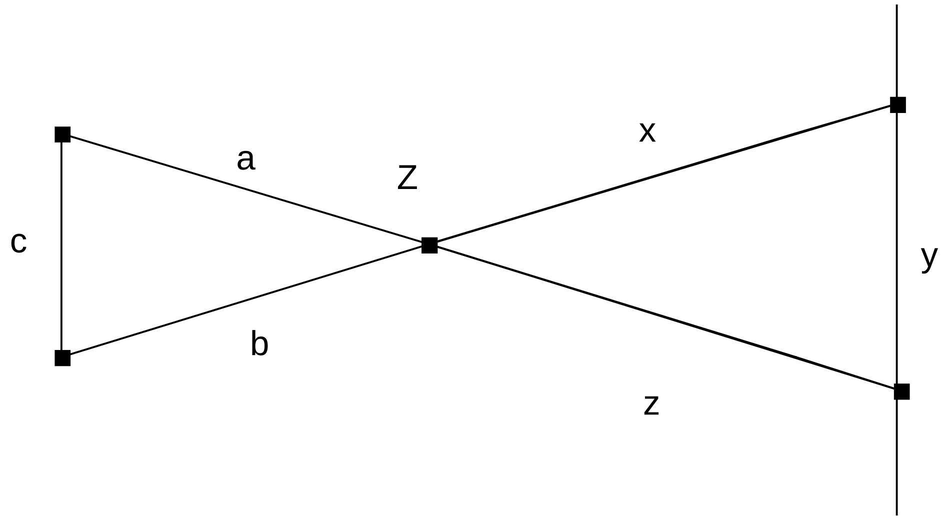
2) Forstbeamte benutzen das sogenannte Försterdreieck zur schnellen Bestimmung der Höhe eines Baumes. Erkläre den Gebrauch mit Hilfe des Strahlensatzes.



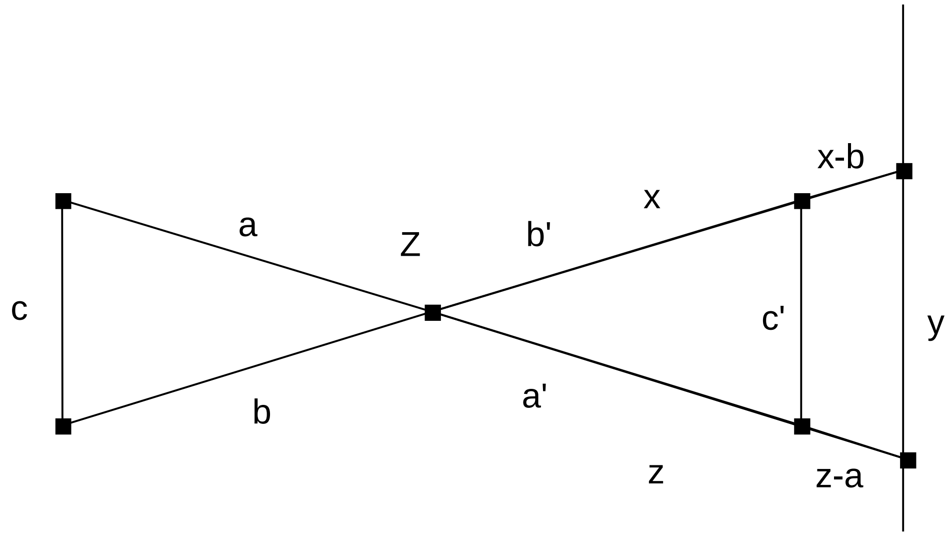
Sie wenden den 2. Strahlensatz an. Sie kennen die Längen der 1. Parallele und sie kennen die Längen der Entfernung und die Länge vom 2. Strahl. So können sie den 2. Strahlensatz wenden.

1) Schreibe alle Streckenverhältnisse auf, die bei den beiden Strahlensätzen gelten.

Lösung:



Man muss zuerst die Punktspiegelung durchführen.



1. Strahlensatz:

$$\frac{z}{a} = \frac{x}{b}$$

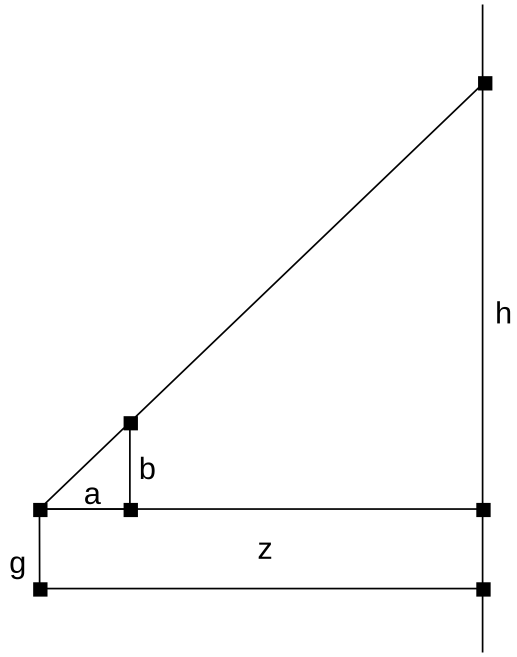
$$\frac{z-a}{a} = \frac{x-b}{b}$$

2. Strahlensatz:

$$\frac{y}{c} = \frac{z}{a}$$

$$\frac{y}{c} = \frac{x}{b}$$

3) Stelle alle Verhältnisse der Strecken mit Hilfe der Strahlensätze auf und berechne alle fehlenden Strecken.



Diese Größen müssen gegeben sein. Außer h

Lösung:

2. Strahlensatz:

$$\frac{h}{b} = \frac{z}{a}$$

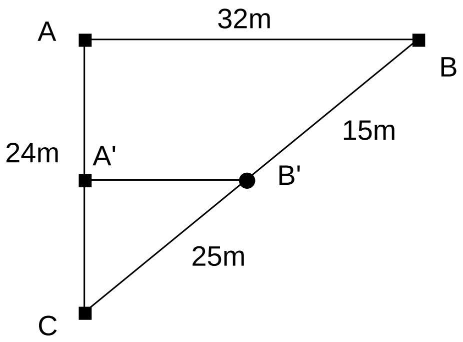
a=25 cm
b=20 cm
z=20 m
h=…gesucht…
g=1,8 m

$$\frac{2000}{25} = \frac{h}{20} \quad | \bullet 20$$

h=16

16 m+1,8 m=17,8 m

17,8 m=g+h



Berechne die Strecken A’C und A’B’.

<u>Lösung:</u>

$$\frac{A'B'}{3,2} = \frac{2,5}{4} \quad |*3,2$$

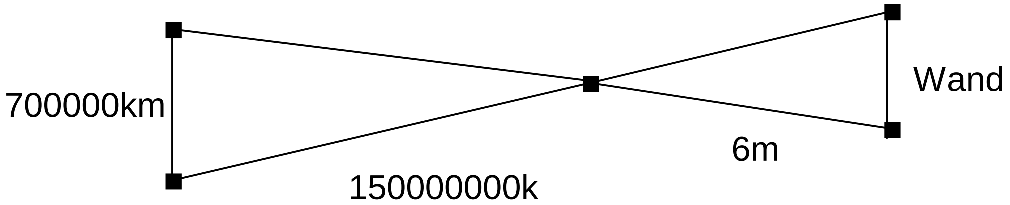
A’B’ = 2

$$\frac{A'C'}{2,4} = \frac{2,5}{4} \quad |*2,4$$

A’C’ = 1,5

2) Die untergehenden Sonne scheint durch ein Schlüsselloch auf eine 6 m dahinter stehende Wand (Lochkameraabildung).
Wie groß ist der Durchmesser des kreisrunden Sonnenbildes der an der Wand?
Abstand Sonne-Erde: 150000000 km
Sonnenradius: 700000 km

Lösung:



$$\frac{x}{700000} = \frac{0{,}006}{150000000} \quad | \bullet 700000$$

$$x = 0{,}000028$$

$$0{,}000028 \bullet 2 = 0{,}000056$$

0,56 cm