Behauptungen mit Beweisen auf einen Blick: KONGRUEZNSSÄTZE!

Sätze:

1. Wenn Dreiecke in den Verhältnissen der Längen entsprechender Winkel übereinstimmen, dann sind sie ähnlich.

Beweis:

Das Verhältnis der Längen entsprechender Seiten sei k. Wir bilden das Dreieck ABC durch zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und dem Streckfaktor k ab. Das Bilddreiecke bezeichnen wir mit A'B'C'.
Nach der Konstruktion ist a'=k*a=a'', b'=k*b=b'' und c'=b*c=c''.
Die beiden Dreiecke A'B'C' und A''B''C'' stimmen in den Längen entsprechender Seiten überein, sind also nach dem Kongruenzsatz SSS kongruent. Es gibt also eine Kongruenzabbildung, die das Dreieck A'B'C' auf das Dreieck A''B''C'' abbildet.

2. Wenn Dreiecke im Betrag zweier Winkel übereinstimmen, dann sind sie ähnlich.

Beweis:

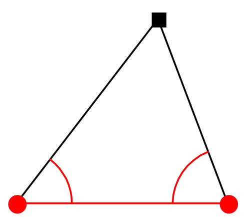
Behauptung:

A'''B'''C''' ist kongruent zu A''B''C''

1. A'''B'''=A''B''=k*AB

2. a'''=a'', ß'''=ß'', y'''=y''

Kongruenzsatz WSW:



→ A'''B'''C''' ist kongruent zu A''B''C'' ist bewiesen.

3. Wenn Dreiecke in den Verhältnissen der Längen zweier entsprechender Seiten und im Betrag des von diesen Seiten eingeschlossenen Winkel übereinstimmen, dann sind sie ähnlich.

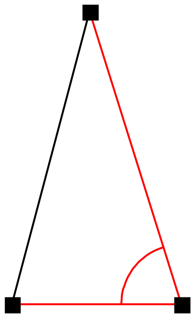
Beweis:

Behauptung:

A'B'C' ist kongruent zu A''B''C''
. b''=b • k; c''=c • k ⟶ gleiche Seitenlängen

2. a'=a'', ß'''=ß'', y'''=y''

Kongruenzsatz SWS:



⟶ A'B'C' ist kongruent zu A''B''C'' ist bewiesen.

4. Wenn Dreiecke in den Verhältnissen der Längen zweier entsprechender Seiten und im Betrag des Winkels, übereinstimmen, der der längeren Seiten gegenüberliegt, dann sind sie ähnlich.

Beweis:

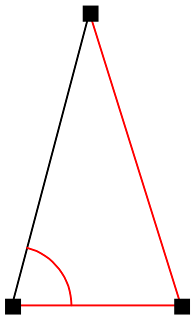
Behauptung:

A'B'C' ist kongruent zu A''B''C''

1. b''=b • k; c''=c • k ⟶ gleiche Seitenlängen

2. a'=a'', ß'''=ß'', y'''=y''

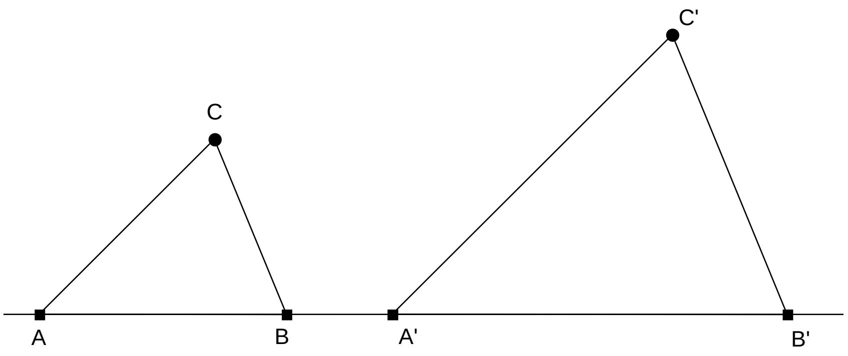
Kongruenzsatz SSWg:



→ A'B'C' ist kongruent zu A''B''C'' ist bewiesen.

1. Zeichne 2 Dreiecke mit ABC und A’B’C’ mit c=5 cm, a=45° b=5 cm und mit c’=8 cm, a’=45°, b’=8 cm.

a) Berechne k und bestimme das Streckzentrum Z



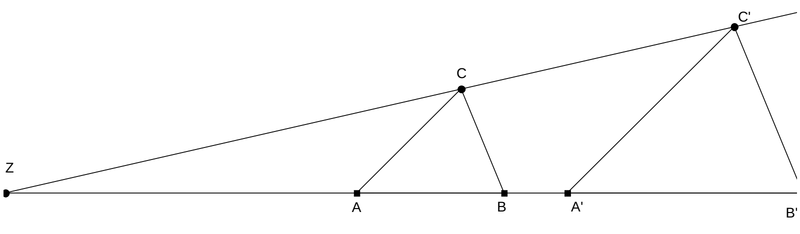
<u>Berechung von k:</u>

k=c’/c
k=8/5

<u>Bestimmung von dem Zentrum Z:</u>

1. Zuerst verbindet man A mit A’, B mit B’ und C mit C’.

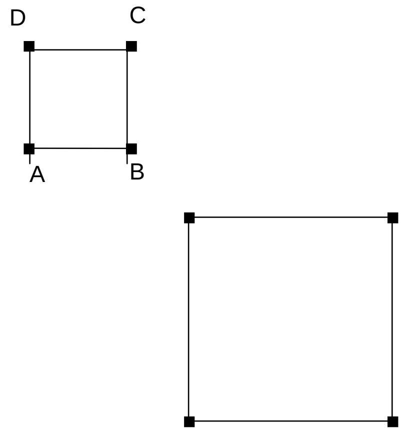
2. Der Schnittpunkt ist Z.

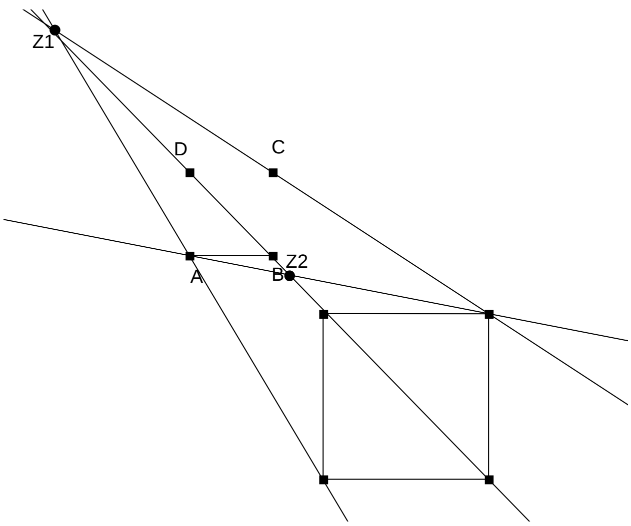


1. Berechne k und konstruiere das Streckzentrum Z:

<u>Gegeben:</u>

2 Quadrate.





<u>Zu Z1:</u>

$k=c'/c$
$k=4/2$
$k=2$

<u>Zu Z2:</u>

$k=-2$

Seitenlängen bleiben gleich.

$a'/a=b'/b=c'/c=|k|$: Zentrische Streckung

2. Flächeninhalt

$A2=k^2 \bullet A1$

$A1=4\text{ cm}^2$
$A2=16\text{ cm}^2$

$A2=4 \bullet 2^2=16\text{ cm}^2$

<u>Dreieck:</u>

$A= ½ \bullet g \bullet h$

<u>Quadrat:</u>

$A=a^2$

<u>Rechteck:</u>

$A=a \bullet b$

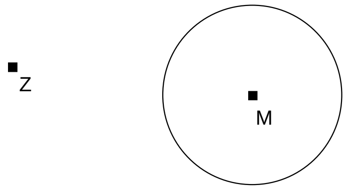
3. Zentrische Streckung von Kreisen

Zeichne einen Kreis mit dem Radius r=2 cm und strecke es mit dem Streckfaktor k=2.

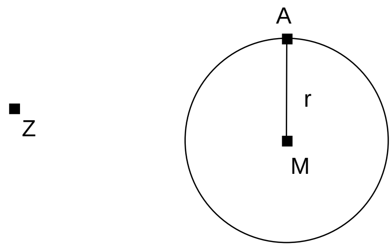
Vorgehensweise:

1. Möglichkeit:

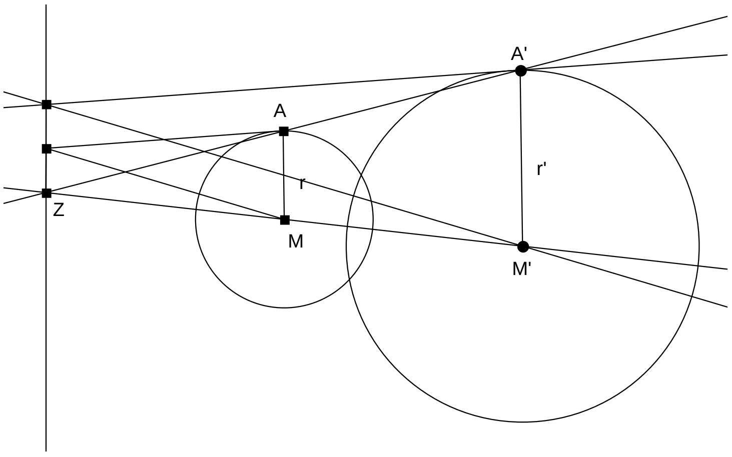
1. Zuerst zeichnet man den Kreis mit dem Radius r=2 cm und ein Streckzentrum Z.



2. Dann zeichnet man auf dem Kreis einen Punkt A und den Radius r ein.

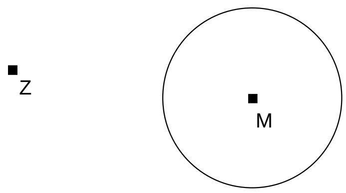


3. Dann streckt man M und A mit dem Streckfaktor k=2.

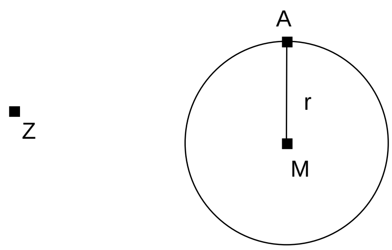


2. Möglichkeit:

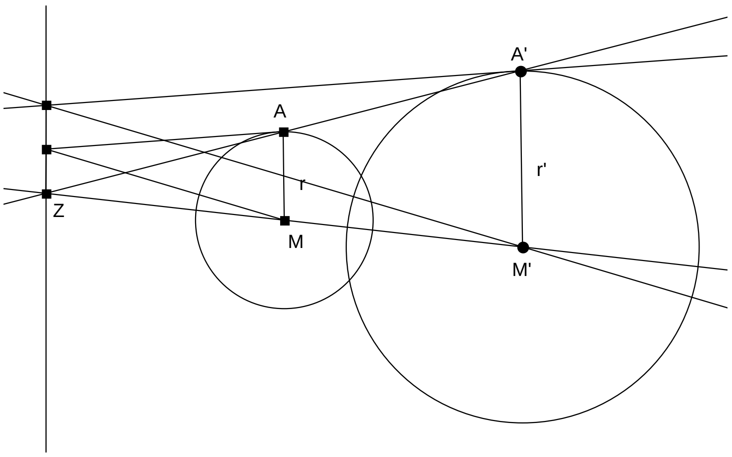
1. Zuerst zeichnet man den Kreis mit dem Radius r=2 cm und ein Streckzentrum Z.



2. Dann zeichnet man auf dem Kreis einen Punkt und den Radius r ein.



3. Dann streckt man M mit dem Streckfaktor k=2 und zeichnet man Gerade durch Z und dem Punkt auf dem Kreis. Dann zeichnet man eine Parallele zu r durch M. Der Schnittpunkt mit der Geraden ist A'



$r \bullet 2 = r'$
$2 \bullet 2 = 4$

$r || r'$