

Formeln zum Kreis

1. Flächeninhalt von A:

$$A=r^2\pi=(d/2)^2\pi$$

2. Umfang:

$$U=2r\pi=d\pi$$

3. Flächeninhalt von A_α :

$$A_\alpha = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$A_\alpha = \frac{1}{2} \cdot b \cdot r$$

4. Kreisbogen:

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2r\pi = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot r\pi$$

Aufgaben zu Kreisbogen und Kreisausschnitt

1. Berechne für einen Kreis mit dem Radius r die Bogenlänge b und den Flächeninhalt de Kreisausschnittes mit dem Mittelpunktswinkel a.

a) $r=11\text{ cm}$, $\alpha=40^\circ$ b) $r=4\text{ cm}$, $\alpha=110^\circ$ c) $r=17\text{ cm}$, $\alpha=50^\circ$

d) $r=18\text{ cm}$, $\alpha=68^\circ$ e) $r=9\text{ cm}$, $\alpha=180^\circ$ f) $r=12\text{ cm}$, $\alpha=113^\circ$

g) $r=3,6\text{ m}$, $\alpha=40^\circ$ h) $r=8\text{ m}$, $\alpha=90^\circ$ i) $r=21\text{ cm}$, $\alpha=75^\circ$

2. Berechne für einen Kreis mit dem Radius r und einen Kreisausschnitt mit dem Mittelpunktswinkel a, der Bogenlänge b und dem Flächeninhalt A die fehlenden Angaben.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
r	12 m	8 m	18 dm	9 cm			
α	113°				75°	40°	
b		4π	$\frac{1232}{180}\pi$				$\frac{85}{18}\pi\text{ m}$
A				$40,5\pi\text{ cm}^2$	$\frac{75 \cdot 441}{360}\pi\text{ cm}^2$	$0,4\pi\text{ m}^2$	$\frac{1445}{360}\pi\text{ m}^2$

Lösungen:

1)

$$a) A = \frac{40}{360} \cdot 11^2 \pi = \frac{121}{9} \pi; b = \frac{40}{180} \cdot 11 \pi = \frac{22}{9} \pi$$

$$b) A = \frac{110}{360} \cdot 4^2 \pi = \frac{176}{36} \pi; b = \frac{110}{180} \cdot 4 \pi = \frac{22}{9} \pi$$

$$c) A = \frac{50}{360} \cdot 17^2 \pi = \frac{1445}{360} \pi; b = \frac{50}{180} \cdot 17 \pi = \frac{85}{18} \pi$$

$$d) A = \frac{68}{360} \cdot 18^2 \pi = \frac{68 \cdot 324}{360} \pi; b = \frac{68}{180} \cdot 18 \pi = \frac{1232}{180} \pi$$

$$e) A = \frac{180}{360} \cdot 9^2 \pi = \frac{81}{2} \pi = 40,5 \pi; b = \frac{180}{180} \cdot 9 \pi = 9 \pi$$

$$f) A = \frac{113}{360} \cdot 12^2 \pi = \frac{113 \cdot 144}{360} \pi; b = \frac{113}{180} \cdot 12 \pi = \frac{113 \cdot 12}{180} \pi$$

$$g) A = \frac{40}{360} \cdot 3,6^2 \pi = \frac{1}{9} \cdot 3,6 \pi; b = \frac{40}{180} \cdot 3,6 \pi = \frac{2}{9} \cdot 3,6 \pi$$

$$h) A = \frac{90}{360} \cdot 8^2 \pi = 16 \pi; b = \frac{90}{180} \cdot 8 \pi = 4 \pi$$

$$i) A = \frac{75}{360} \cdot 21^2 \pi = \frac{75 \cdot 441}{360} \pi; b = \frac{75}{180} \cdot 21 \pi = \frac{1575}{180} \pi$$

2)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
r	12 m	8 m	18 dm	9 cm	21 cm	3,6 m	17 cm
α	113°	90°	68°	180°	75°	40°	50°
b	$\frac{113 \cdot 12}{180} \pi$	4 π	$\frac{1232}{180} \pi$	9 π	$\frac{1575}{180} \pi$	0,8 π	$\frac{85}{18} \pi$ m
A	$\frac{113 \cdot 144}{360} \pi$	16 π	$\frac{68 \cdot 324}{360} \pi$	40,5 π cm ²	$\frac{75 \cdot 441}{360} \pi$ cm ²	0,4 π m ²	$\frac{1445}{360} \pi$ m ²

Aufgaben zu Kreisbogen und Kreisausschnitt

1. Berechne für einen Kreis mit dem Radius r und einen Kreisausschnitt mit dem Mittelpunktswinkel α , der Bogenlänge b und dem Flächeninhalt A die fehlenden Angaben.

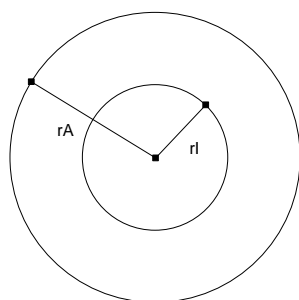
	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
r	12 m	8 m	18 dm	9 cm			
α	113°				75°	40°	
b		4π	$\frac{1232}{180}\pi$				$\frac{85}{18}\pi$ m
A				$40,5\pi$ cm ²	$\frac{75 \cdot 441}{360}\pi$ cm ²	$0,4\pi$ m ²	$\frac{1445}{360}\pi$ m ²

2.

a) Zeige am Bild, dass für den Flächeninhalt des Kreisringes ist: $A=(r_A^2-r_1^2)\pi$.

b) Berechne den Flächeninhalt eines Kreisringes mit $r_A=4$ cm: $r_1=2$ cm

c) Ein Kreisring hat einen Flächeninhalt von 126 cm². Der Innenradius beträgt 5 cm. Berechne den anderen Radius.



3. Berechne den Flächeninhalt eines Kreisabschnittes für

a) $r=s=8$ cm. Bestimme zunächst den Winkel.

b) $\alpha=180^\circ$ und $r=15$ cm. Berechne zunächst s und r-h.

Lösungen:

1)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
r	12 m	8 m	18 dm	9 cm	21 cm	3,6 m	17 cm
α	113°	90°	68°	180°	75°	40°	50°
b	$\frac{113 \cdot 12}{180} \pi$	4π	$\frac{1232}{180} \pi$	9π	$\frac{1575}{180} \pi$	$0,8\pi$	$\frac{85}{18} \pi$ m
A	$\frac{113 \cdot 144}{360} \pi$	16π	$\frac{68 \cdot 324}{360} \pi$	$40,5\pi$ cm ²	$\frac{75 \cdot 441}{360} \pi$ cm ²	$0,4\pi$ m ²	$\frac{1445}{360} \pi$ m ²

2)

a)

$$A = (r_A^2 - r_I^2) \pi$$

b)

$$A = (4_A^2 - 2_I^2) \pi = (16 - 4) \pi = 12 * \pi \text{ cm}^2 = 37,7 \text{ cm}^2$$

c)

$$126 = (x_A^2 - 5_I^2) \pi = (x^2 - 25) \pi \quad | : \pi \quad | +25$$

$$65,11 = x^2 \quad | \sqrt{\dots}$$

$$x = \sqrt{65,11}$$

3)

Wie ihr an der Aufgabe sehen konntet, gelten folgende Beziehungen:

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot r - \frac{1}{2} \cdot s \cdot (r - h)$$

Begründung:

$\frac{1}{2} \cdot b \cdot r$ ist der Flächeninhalt des Kreisausschnittes, $\frac{1}{2} \cdot s \cdot (r - h)$ ist der

Flächeninhalt des Dreiecks. Der Flächeninhalt des Kreisausschnitts ergibt sich als Differenz.