

Rechnen mit Logarithmen: Logarithmusgesetze:

1. Gesetz:

$$\log_a(u) + \log_a(v) = \log_a(u \cdot v)$$

Beispiel:

$$\lg(7a) = \lg 7 + \lg a$$

$$\log_a(9 \cdot b \cdot 4f) = \log_a 9 + \log_a b + \log_a 4 + \log_a f$$

Der Logarithmus eines Produktes ist gleich der Summe der Logarithmen der Faktoren.

2. Gesetz:

$$\log_a u - \log_a v = \log_a(u/v)$$

Beispiel:

$$\log_a 8 - \log_a 4 = \log_a(8/4)$$

Der Logarithmus einer Division ist gleich der Differenz der Logarithmen von Dividend und Divisor.

3. Gesetz:

$$\log_a u^k = k \cdot \log_a u$$

Beispiel:

$$\log_a u^{15} = 15 \cdot \log_a u$$

Der Logarithmus einer Potenz ist gleich dem Produkt von dem Exponenten und dem Logarithmus der Basis.

4. Gesetz:

$$\log_a u = \lg u / \lg a$$

Beweis:

$$x = \log_a u$$

$$\leftrightarrow$$

$$a^x = u \quad | \lg$$

$$\lg a^x = \lg u$$

$$x \lg a = \lg u \quad | : \lg a$$

$$x = \lg u / \lg a$$

Aufgaben zu Logarithmen:

1. Bestimme mit dem Taschenrechner.

a) $\log_4(9)$ b) $\log_8(6)$ c) $\log_{11}(0,8)$ d) $\log_{13}(3,7)$

e) $\log_{30}(200)$ f) $\log_8(7)$ g) $\log_{0,8}(0,2)$ h) $\log_{0,5}(12)$

Lösungen:

1.

1.

a) $\log_4(9) = \frac{\lg 9}{\lg 4}$

b) $\log_8(6) = \frac{\lg 6}{\lg 8}$

c) $\log_{11}(0,8) = \frac{\lg 0,8}{\lg 11}$

d) $\log_{13}(3,7) = \frac{\lg 3,7}{\lg 13}$

e) $\log_{30}(200) = \frac{\lg 200}{\lg 30}$

f) $\log_8(7) = \frac{\lg 7}{\lg 8}$

g) $\log_{0,8}(0,2) = \frac{\lg 0,2}{\lg 0,8}$

h) $\log_{0,5}(12) = \frac{\lg 12}{\lg 0,5}$

Aufgaben zu Logarithmen

1.

a) $3 \cdot \lg(x) + 5 \cdot \lg(y) - \lg(z)$ b) $\log_a(p) - 0,75 \log_a(q) + 0,25 \log_a(r)$

c) $8 \lg(b) + 0,75 \lg(b+x)$ d) $\frac{1}{4} \log_a(a+b) - 0,75 \log_a(a-b)$

e) $\log_a(2u) - 2 \cdot \log_a(v) + \log_a(v^2) + \log_a(1/v)$ f) $\lg(\sqrt{x}) - \lg(\sqrt{9x}) + \lg(x^2) + \lg(8)$

2. Löse die Funktionen ohne Taschenrechner.

a) $\lg_a(x) = 2 \cdot \log_a(4)$ b) $\lg(x) = \lg(9) - \lg(3)$ c) $\lg(x) = 2 \cdot \lg(7) + 4 \cdot \lg(5)$

d) $4 \cdot \log_a(x) = 16$ e) $4 \cdot \lg(x) = \lg(16) + \lg(12)$ f) $\log_a(b \cdot x) = 1 + \log_a(7)$

3. Löse nach x bzw y auf.

a) $\log_a(y) = 2 \cdot \log_a(y) + \frac{1}{2} \log_a(z)$ b) $\log_a(x) = \log_a(u-v) + \log_a(u+v)$

c) $\log_a(x) = 4 \cdot \log_a(u) - 2 \cdot \log_a(v)$ d) $2 \cdot \log_a(x) + 4 \cdot \log_a(u^2 + v^2) = 0$

Lösungen:

1.

a) $3 \cdot \lg(x) + 5 \cdot \lg(y) - \lg(z) = \lg((x^3 \cdot y^5)/z)$

b) $\log_a(p) - 0,75 \log_a(q) + 0,25 \log_a(r) = \log_a((p/q^{0,75}) \cdot r^{0,25})$

c) $8 \lg(b) + 0,75 \lg(b+x) = \lg(b^8 \cdot (b+x)^{0,75})$

d) $\frac{1}{4} \log_a(a+b) - 0,75 \log_a(a-b) = \log_a((a+b)^{0,25}/(a-b)^{0,75})$

e) $\log_a(2u) - 2 \cdot \log_a(v) + \log_a(v^2) + \log_a(1/v) = \log_a((2u/v) \cdot v^2 \cdot 1/v)$

f) $\lg(\sqrt{x}) - \lg(\sqrt{9x}) + \lg(x^2) + \lg(8) = \lg((\sqrt{x}/3\sqrt{x}) \cdot x^2 \cdot 8)$

2)

a) $\log_a(x) = 2 \cdot \log_a(4) = \log_a(4^2) = \log_a(16)$
 $x = 16$

b) $\lg(x) = \lg(9) - \lg(3)$
 $\lg(x) = \lg(9/3) = \lg(3)$
 $x = 3$

c) $\lg(x) = 2 \cdot \lg(7) + 4 \cdot \lg(5)$
 $\lg(x) = \lg(49 \cdot 625)$
 $x = 30625$

d) $4 \cdot \log_a(x) = 16 \quad |:4$
 $\log_a(x) = 4$

e) $4 \cdot \lg(x) = \lg(16) + \lg(12)$
 $4 \cdot \lg(x) = \lg 192$
 $\lg(x^4) = \lg(192)$
 $x^4 = 192$

3)

a) $\log_a(y) = 2 \cdot \log_a(y) + \frac{1}{2} \log_a(z)$

$$\log_a(y) = \log_a(y^2 \cdot z^{\frac{1}{2}})$$

$$y = y^2 \cdot z^{\frac{1}{2}}$$

b) $\log_a(x) = \log_a(u-v) + \log_a(u+v)$

$$\log_a(x) = \log_a((u-v) \cdot (u+v))$$

$$x = u^2 - v^2$$

c) $\log_a(x) = 4 \cdot \log_a(u) - 2 \cdot \log_a(v)$

$$\log_a(x) = \log_a(u^4 / v^2)$$

$$x = u^4 / v^2$$

d) $2 \cdot \log_a(x) + 4 \cdot \log_a(u^2 + v^2) = 0 \quad | -\log_a((u^2 + v^2)^4)$

$$\log_a(x^2) = -\log_a((u^2 + v^2)^4)$$

Logarithmen:

Berechnung von x:

Aufgabe:

1. Berechne x.

$$\text{a) } \lg(x) = 2\lg(5) + 3\lg(2)$$

$$\lg(x) = 2\lg(5) + 3\lg(2)$$

← →

$$\lg(x) = \lg(5^2 \cdot 2^3)$$

$$\lg(x) = \lg 200$$

$$x = 200$$