

Exponentialgleichungen

Aufgabe:

1. Berechne x.

a) $6^{2x-4}=6$ b) $10^{x-2}=6$

Lösungen:

1.

a) $6^{2x-4}=6$

$$\begin{aligned} 6^{2x-4} &= 6 && | \lg \\ \lg(6^{2x-4}) &= \lg 6 \\ (2x-4)\lg(6) &= \lg(6) && | : \lg(6) \\ 2x-4 &= 1 && | +4 \\ 2x &= 5 && | :2 \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

b) $10^{x-1}=6$

$$\begin{aligned} 10^{x-2} &= 6 && | \lg \\ \lg(10^{x-2}) &= \lg 6 \\ (x-2)\lg(10) &= \lg(6) && | : \lg(10) \\ x-2 &= \lg(6)/\lg(10) && | +2 \\ x &= \lg(6)/\lg(10) + 2 \\ x &= \lg(6) + 2 \end{aligned}$$

Vorgehensweise:

1. Zuerst logarithmiert man.

$$10^{x-2}=6$$

$$\begin{aligned} 10^{x-2}=6 & \quad | \lg \\ \lg(10^{x-2}) &= \lg 6 \end{aligned}$$

2. Danach löst man nach x auf.

$$10^{x-2}=6$$

$$\begin{aligned} 10^{x-2}=6 & \quad | \lg \\ \lg(10^{x-2}) &= \lg 6 \\ (x-2)\lg(10) &= \lg(6) \quad | : \lg(10) \\ x-2 &= \lg(6)/\lg(10) \quad | +2 \\ x &= \lg(6)/\lg(10)+2 \\ x &= \lg(6)+2 \end{aligned}$$

Aufgaben:

1) Löse durch „Vergleich der Exponenten“.

a) $6^{2x-4}=6$ b) $7^{5x-7}=343$ c) $4^{2x-1}=256$ d) $7^{2x+1}=7^{x+2}$

e) $3^x=1/243$ f) $5^{x+1}=1/5$ g) $8^{x-2}=\sqrt{8}$ h) $4^{5x}=3\sqrt{4^2}$

2) Löse. Gib die Lösungen auf 3 Nachkommastellen genau an.

a) $4^x=9$ b) $2,7^x=3,9$ c) $1,4^y=0,7$ d) $0,7^z=1,9$

e) $3,75^{2x}=7,5$ f) $1,6^{3x}=1$ g) $8,2^x=4,9$ h) $9^{-2x}=1,4$

i) $3^x=1,4$ k) $1,7^y=2,3$ l) $1,3*5^{-x}=2,8$ m) $1,4^t=3,3$

3)

a) $10^{x-1}=8$ b) $4^{x+2}=256$ c) $6^{1-2x}=18$ d) $9^{5x+1}=3$

e) $3*8^{-x-2}=25$ f) $(4^{2x-1})^2=36$ g) $2^{-3x+4}=1$ h) $4^{5-x}=1$

Lösungen:

1)

$$\begin{aligned} \text{a) } 6^{2x-4} &= 6 \\ 2x-4 &= 1 \quad | +4 \\ 2x &= 5 \quad | :2 \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 7^{5x-7} &= 343 \\ 7^{5x-7} &= 7^3 \\ 5x-7 &= 3 \quad | +7 \\ 5x &= 10 \quad | :5 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 4^{2x-1} &= 256 \\ 4^{2x-1} &= 4^4 \\ 2x-1 &= 4 \quad | +1 \\ 2x &= 5 \quad | :2 \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 7^{2x+1} &= 7^{x+2} \\ 2x+1 &= x+2 \quad | -1 \\ 2x &= x+1 \quad | -x \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 3^x &= 1/243 \\ 3^x &= 3^{-5} \\ x &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } 5^{x+1} &= 1/5 \\ x+1 &= -1 \quad | -1 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 8^{x-2} &= \sqrt{8} \\ x-2 &= 1/2 \quad | +2 \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } 4^{5x} &= 3\sqrt{4^2} \\ 5x &= 2/3 \quad | :5 \\ x &= 2/15 \end{aligned}$$

2) Löse. Gib die Lösungen auf 3 Nachkommastellen genau an.

a) $4^x=9$

$\leftrightarrow x=\log_4 9$

b) $2,7^x=3,9$

$\leftrightarrow x=\log_{2,7} 3,9$

c) $1,4^y=0,7$

$\leftrightarrow y=\log_{1,4} 0,7$

d) $0,7^z=1,9$

$\leftrightarrow z=\log_{0,7} 1,9$

e) $3,75^{2x}=7,5$

$\leftrightarrow x=\log_{3,75} 7,5$

f) $1,6^x=1$

$\leftrightarrow x=\log_{1,6} 1$

g) $8,2^x=4,9$

$\leftrightarrow x=\log_{8,2} 4,9$

h) $9^{-2x}=1,4$

$-2x=\lg(1,4)/\lg(9) \quad |:(-2)$

$x=(\lg(1,4)/\lg(9))/-2$

i) $3^x=1,4$

$\leftrightarrow x=\log_3 1,4$

k) $1,7^y=2,3$

$\leftrightarrow y=\log_{1,7} 2,3$

l) $1,3 \cdot 5^{-x}=2,8$

$x=-\log_5(2,8/1,3)$

m) $1,4^t=3,3$

$\leftrightarrow t=\log_{1,4} 3,3$

3)

a) $10^{x-1}=8 \quad | \lg$

$$(x-1)\lg(10)=\lg(8) \quad | : \lg(10)$$

$$x-1=\lg(8) \quad | +1$$

$$x=\lg(8)+1$$

b) $4^{x+2}=256$

$$4^{x+2}=4^4$$

$$x+2=4 \quad | -2$$

$$x=2$$

c) $6^{1-2x}=18$

$$(1-2x)\lg(6)=\lg(18) \quad | : \lg(6)$$

$$1-2x=\frac{\lg 18}{\lg 6} \quad | -1$$

$$-2x=\frac{\lg 18}{\lg 6}-1 \quad | \cdot (-2)$$

$$x=\left(\frac{\lg 18}{\lg 6}-1\right) \cdot (-2)$$

d) $9^{5x+1}=3$

$$(5x+1)\lg(9)=\lg(3) \quad | : \lg(9)$$

$$5x+1=\frac{\lg 3}{\lg 9} \quad | -1$$

$$5x=\frac{\lg 3}{\lg 9}-1 \quad | : 5$$

$$x=\frac{\frac{\lg 3}{\lg 9}-1}{5}$$

$$e) 3 \cdot 8^{-x-2} = 25 \quad | :3$$

$$8^{-x-2} = \frac{25}{3}$$

$$(-x-2)\lg(8) = \lg\left(\frac{25}{3}\right) \quad | : \lg(8)$$

$$-x-2 = \frac{\lg\left(\frac{25}{3}\right)}{\lg(8)} \quad | +2$$

$$-x = \frac{\lg\left(\frac{25}{3}\right)}{\lg(8)} + 2 \quad | \cdot (-1)$$

$$x = -\frac{\lg\left(\frac{25}{3}\right)}{\lg(8)} - 2$$

$$f) (4^{2x-1})^2 = 36$$

$$4^{4x-2} = 36$$

$$(4x-2)\lg(4) = \lg(36) \quad | : \lg(4)$$

$$4x-2 = \frac{\lg(36)}{\lg(4)} \quad | +2$$

$$4x = \frac{\lg(36)}{\lg(4)} + 2 \quad | :4$$

$$x = \frac{\frac{\lg(36)}{\lg(4)} + 2}{4}$$

$$g) 2^{-3x+4} = 1$$

$$(-3x+4)\lg(2) = \lg(1) \quad | -4$$

$$-3x = \frac{\lg(1)}{\lg(2)} - 4 \quad | :(-3)$$

$$x = \frac{\frac{\lg(1)}{\lg(2)} - 4}{-3}$$

$$h) 4^{5-x} = 1$$

$$5-x = \frac{\lg(1)}{\lg(4)} \quad | -5$$

$$-x = \frac{\lg(1)}{\lg(4)} - 5 \quad | \cdot (-1)$$

$$x = -\frac{\lg(1)}{\lg(4)} + 5$$