Quadratische Gleichungen

8.4 p, q-Formel

Eine Gleichung der Form $ax^2+bx+c=0$ mit a, b, c e R und a‡0 kann man durch Division mit a stets auf die **Normalform einer quadratischen Gleichung** $x^2+px+q=0$ bringen.
Die Lösung der quadratischen Gleichung in Normalform sind gegeben durch: die **Lösungsformel:**

$$x_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q} \quad \text{und } x_2=-\frac{p}{2}-\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q}$$

Die Gleichung hat

- zwei Lösungen x_1; x_2, wenn $(\frac{p}{2})^2-q>0$

- genau eine Lösung, wenn $(\frac{p}{2})^2-q=0$

- keine Lösung, wenn $(\frac{p}{2})^2-q<0$.

Beispiele:

1. Fall:
$x^2+5x+4=0$; L={-1; -4}, denn
$x_{1,2}=-2,5+/-\sqrt{2,5^2-2,4}=-2,5+/-\ 1,5=-1\ /\ -4$

2. Fall:
$x^2-5x+6,25=0$; L={2,5}, denn
$x_{1,2}=2,5+/-\sqrt{2,5^2-6,25}=2,5+/-\ 0=2,5$

3. Fall:
$x^2+5x+9=0$; L={}, denn
$x_1=-2,5+\sqrt{2,5^2-9}$, die Quadratwurzel $\sqrt{2,5^2-9}$ ist negativ und somit nicht definiert, weil $2,5^2-9<0$.