

Systeme von linearen Gleichungen

8.8 Verschiedene Verfahren zur Bestimmung der Lösungen

8.8.1 Gleichsetzungsverfahren

8.8.2. Einsetzungsverfahren

8.8.3 Additionsverfahren

Zwei durch und verbundene Gleichungen in zwei Variablen, wie zum Beispiel $7x+9y=11$ und $5x-4y=8$, bilden ein **System von zwei linearen Gleichungen**. Entsprechend gibt es **Systeme von drei (vier, ...) Gleichungen**.

Lösungsverfahren für Systeme von zwei linearen Gleichungen...

Beispiel:

(I) $45x+75y=58,5$ und (II) $20x+40y=29$ und (I) $x=3y-2$ und (II) $4x-9y=1$

Gleichsetzungsverfahren	Einsetzungsverfahren
<p><i>1. Schritt:</i> Beide Gleichungen nach y auflösen (I) $y=-0,6x+0,78$ (II) $y=-0,5x+0,725$</p>	<p><i>1. Schritt:</i> Gleichung (I) nach c auflösen. $x=3y-2$</p>
<p><i>2. Schritt:</i> Beide Terme, die x enthalten, gleichsetzen. $-0,6x+0,78=-0,5x+0,725$</p>	<p><i>2. Schritt:</i> Den so erhaltenen Term für x in Gleichung (II) einsetzen. $4(3y-2)-9y=1$ $12y-8-9y=1 \quad +8$ $3y=9 \quad :3$ $y=3$</p>
<p><i>3. Schritt:</i> Lösung bestimmen. $x=0,55$</p>	<p><i>3. Schritt:</i> Lösung bestimmen. $x=3 \cdot 3-2=9-2=7$</p>
<p><i>4. Schritt:</i> Die gefundene Zahl für x in die Gleichung $-0,6x+0,78=-0,5x+0,725 \quad +0,6x$ $0,78=0,1+0,725 \quad -0,725$ $0,055=0,1x \quad \cdot 10$ $x=0,55$</p>	
<p><i>5. Schritt:</i> Lösungsmenge angeben. $L=\{(0,55; 0,45)\}$</p>	

6. Schritt:

Probe an den Ausgangsgleichungen ausführen.

Linke Seite: Rechte Seite:

(I) $0,45 = -0,6 \cdot 0,55 + 0,78$

(II) $0,45 = -0,5 \cdot 0,55 + 0,725$

Das Additionsverfahren führen wir an einen System von drei linearen Gleichungen vor. Das Verfahren ist auch bei Systemen von zwei und mehr als drei Gleichungen sinnvoll anwendbar.

Beispiel:

(I) $x - 3y + z = 12$

(II) $2x + 2y - 6z = -8$

(III) $-3x + y + z = -24$

Man formt das Gleichungssystem auf **Dreiecksgestalt** um:

	(I)	$x - 3y + z = 12$
2 •	(I)-(II)	(II') $-8y + 8z = 32$
3 •	(I)+(III)	(III') $-8y + 4z = 12$

	(I)	$x - 3y + z = 12$
	(II')	$-8y + 8z = 32$
	(III'')	$4z = 20$

Das Gleichungssystem hat eine Dreiecksform.

Wie beenden die Umformungen.

Jetzt können wir schrittweise die Zahlen berechnen, die für x, y, z einzusetzen sind.

Aus der Gleichung (III'') erhalten wir:

$z = 5$

Einsetzen in Gleichung (II')

$-8y + 40 = 32$

$-8y = -8$

$y = 1$

Einsetzen in Gleichung (I) ergibt:

$x - 3 + 5 = 12$

$x = 10$

Das Lösungstripel ist (10; 1; 5), also $L = \{(10; 1; 5)\}$.

Probe nicht vergessen!