

# Terme und Termumformungen

## 4. Terme und Termumformungen

### 4.1 Bruchterme

Zahlen und Variablen sind **Terme**. Auch Summe, Differenz, Produkt und Quotient von Termen sind wieder Terme.

Im Nenner darf kein Term stehen, der die Zahl 0 bezeichnet!

Beispiel:

$$0,5; 8; a; x; 0,3+5; a-x; a \cdot x; x:7; (x-5) \cdot 3; \frac{8}{a^2+1}$$

Ein Term, der im Nenner mindestens eine Variable enthält, heißt **Bruchterm**.

Beispiel:

$$\frac{1}{x}; \frac{x}{x^2+1}; \frac{5}{a^2-0,2}; \frac{-7}{(x-11) \cdot (x+7,5)}$$

In der **Definitionsmenge D** eines **Bruchterms** dürfen die Zahlen nicht vorkommen, für die der Nenner 0 wird.

Beispiel:

$$\frac{x+7}{(x-3) \cdot (x+13) \cdot (x^2-1)} \quad D=\mathbb{R}/\{-13, -1, 1, 3\}$$

Alle Umformungen von Termen nach den Rechengesetzen in  $\mathbb{R}$  heißen **Termumformungen**.  
Terme, die durch Termumformungen ineinander übergehen, sind gleich.

## 4.2 Termumformungen

### a) Ordnen

- Zahlen nach vorn

Beispiel:

$$a+5+b+11=16+a+b$$

- Gleiche Variablen zueinander

Beispiel:

$$5a \cdot 7ab \cdot 2ab = 70 \cdot a^3b^2$$

- Variablen in alphabetischer Reihenfolge und gleichartige Terme zueinander

$$3a^2b+4ab^2+5a^2b+2ab^2$$

### b) Ausklammern

Beispiel:

$$ab+ac+ad=a(b+c+d)$$

### c) Ausmultiplizieren

Beispiel:

$$a(b+c+d)=ab+ac+ad$$

### d) Addieren und Subtrahieren von Summen

Beispiel:

$$(a+b)+(c+d)=a+2b+c$$

### e) Multiplizieren von Summen

$$(a+b)*(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

### f) Umformungen mit Hilfe der binomischen Formeln

Binomische Formeln:

1. Binomische Formel

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

2. Binomische Formel

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

3. Binomische Formel

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Beispiel:

1. Binomische Formel

$$(3u+6v)^2=9u^2+36uv+36v^2$$

2. Binomische Formel

$$(xy-2x^2)^2=x^2y^2-4x^3y+4x^4$$

3. Binomische Formel

$$(2a+b^2c)=(2a-b^2c)=4a^2-b^4c^2$$

Unter einer **Minusklammer** verstehen wir einen Klammerterm, vor dem ein Minuszeichen steht, z.B.  $-(x+7a-2)$ .

Man löst eine Minusklammer auf, indem man sie durch eine Plusklammer ersetzt und innerhalb der Klammer alle Zeichen ändert.

Beispiel:

$$3a-(4+5b-a)-(x-7)=3a+(-4-5b+a)+(x-7)=3a-4-5b+a-x+7=3+4a-5b-x$$

### 4.3 Rechnen mit Bruchtermen

Gegeben seien zwei Bruchterme mit den Definitionsmengen  $D_1$  bzw.  $D_2$ . In der Menge  $D_1$  und  $D_2$ , in der kein Nenner Null wird, kann man mit Bruchtermen wie mit Brüchen rechnen.

a)

**Erweitern heißt, Zähler und Nenner mit demselben Term zu multiplizieren**

Beispiel:

$$\frac{2}{x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2x+2}{x^2+x}$$

**Kürzen heißt, Zähler und Nenner durch denselben Term zu dividieren.**

Beispiel:

$$\frac{x^2-9}{x^2+5x+6} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+2)(x+3)} = \frac{x-3}{x+2}$$

b)

**Nennergleiche Bruchterme werden addiert (subtrahiert), indem man die Zählerterme addiert (subtrahiert) und die Nennerterme beibehält.**

Beispiel:

$$\frac{x+4}{x^2+1} + \frac{x-4}{x^2+1} = \frac{x+4+x-4}{x^2+1} = \frac{2x}{x^2+1}$$

*Bruchterme, die nicht nennergleich sind, macht man durch Erweitern oder Kürzen nennergleich und addiert (subtrahiert) sie dann.*

Beispiel:

$$\frac{\frac{1}{3}x+2}{x^2} = \frac{x}{3x^2} + \frac{6}{3x^2} = \frac{x+6}{3x^2}$$

**c) Bruchterme werden multipliziert, indem man die Zählerterme multipliziert und die Nennerterme multipliziert.**

Beispiel:

$$\frac{3(x+7)}{x^2+6x+8} \cdot \frac{x^2-4}{9x} = \frac{3(x+7)(x+4)(x-4)}{(x+2)(x+4) \cdot 9 \cdot x} = \frac{(x+7)(x-4)}{3x(x+2)}$$

d) **Durch einen Bruchterm wird dividiert, indem man mit dem Kehrwert multipliziert. Beachte dabei: Beim Kehrwert ist der ursprüngliche Zähler zum Nenner geworden. Dadurch ändert sich in der Regel die Definitionsmenge!**

Beispiel:

$$\frac{1}{x} : \frac{x-2}{x-1} = \frac{1}{x} \bullet \frac{x-1}{x-2} = \frac{x-1}{x^2-2x}$$

e) **Im Nenner stehende Wurzeln lassen sich durch geeignetes Erweitern beseitigen. Rationalmachen des Nenners:**

Beispiel:

$$\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10} \bullet \sqrt{10}} = \frac{1}{10} \bullet \sqrt{10}$$