Quadratische Gleichungen

7. Quadratische Gleichungen

7.1 p, q-Formel

Eine Gleichung der Form $ax^2+bx+c=0$ mit a, b, c e R und $a\neq 0$ kann man durch Division mit a stets auf die **Normalform einer quadratischen Gleichung** $x^2+px+q=0$ bringen.
Die Lösung der quadratischen Gleichung in Normalform sind gegeben durch: die **Lösungsformel:**

$$x_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q} \quad \text{und } x_2=-\frac{p}{2}-\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q}$$

Die Gleichung hat

- zwei Lösungen x_1; x_2, wenn $(\frac{p}{2})^2-q>0$
- genau eine Lösung, wenn $(\frac{p}{2})^2-q=0$
- keine Lösung, wenn $(\frac{p}{2})^2-q<0$.

<u>Beispiele:</u>

1. Fall:
$x^2+5x+4=0$; L={-1; -4}, denn
$x_{1,2}=-2,5+/-\sqrt{2,5^2-2,4}=-2,5+/-\ 1,5=-1\ /\ -4$

2. Fall:
$x^2-5x+6,25=0$; L={2,5}, denn
$x_{1,2}=2,5+/-\sqrt{2,5^2-6,25}=2,5+/-\ 0=2,5$

3. Fall:
$x^2+5x+9=0$; L={}, denn
$x_1=-2,5+\sqrt{2,5^2-9}$, die Quadratwurzel $\sqrt{2,5^2-9}$ ist negativ und somit nicht definiert, weil $2,5^2-9<0$.

7.2 Reinquadratische Gleichungen

Reinquadratische Gleichungen

Beispiel:

$x^2=7$

$x_1 = \sqrt{7}$

$x_2 = -\sqrt{7}$

Vor einer Wurzel kann immer ein + Zeichen oder ein – Zeichen stehen. Darauf bitte achten.

7.3 Quadratische Gleichungen ohne konstantes Glied

Quadratische Gleichungen ohne konstantes Glied **löst man durch Ausklammern.**

Beispiel:

$x^2+8x=0$
$x(x+8)=0$
$x_1=0$ und $x_2=-8$

Satz von Vieta

Die reellen Zahlen x_1 und x_2 sind genau dann Lösungen der Gleichung $x^2+px+q=0$, wenn für die Koeffizienten p und q gilt: $p=-(x_1+x_2)$ und $q=x_1 \bullet x_2$.