Geometrie

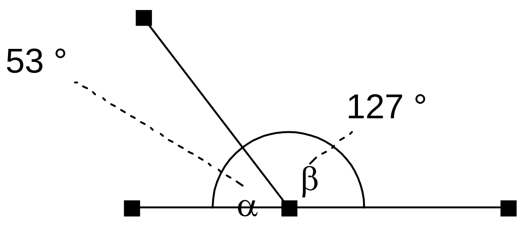
10. Geometrie

10.1 Winkel, Dreieck, Viereck

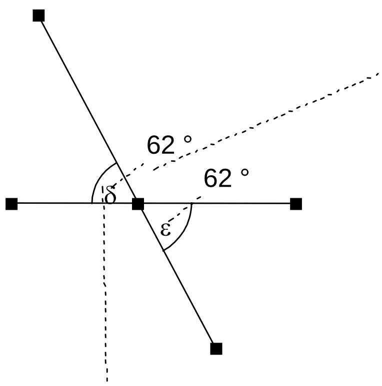
Winkel, Dreieck, Viereck

Winkel:

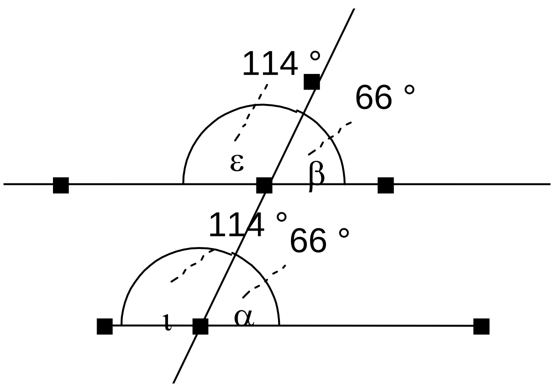
Nebenwinkel ergeben zusammen 180°: $\alpha+\beta=180°$



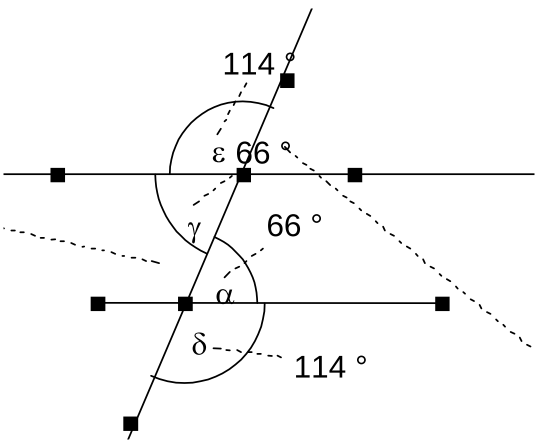
Scheitelwinkel sind gleich groß: $\delta=\varepsilon$.



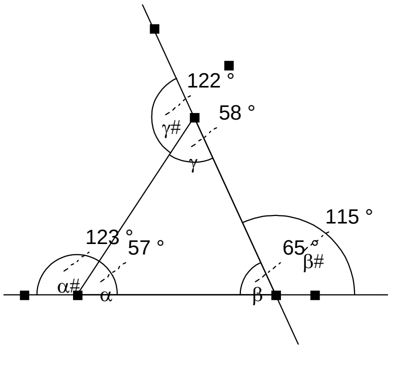
Stufenwinkel an Parallelen sind gleich groß: $\alpha=\beta$ und $\tau=\varepsilon$.



Wechselwinkel an Parallelen sind gleich groß: α=γ und δ=ε.



Die Summe der **Innenwinkel im Dreieck** ist 180°.
Die Summe der Innenwinkel im n-Eck ist (n-2)*180° mit n>3.
Im Dreieck ist ein **Außenwinkel** genauso groß wie die Summe der beiden anliegenden Innenwinkel.



Dreieck

Die drei **Mittelsenkrechten** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt M. Er ist der Mittelpunkt des Umkreises.
Die drei **Winkelhalbierenden** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt J. Er ist der Mittelpunkt des Innenkreises.

Die drei **Höhen** eines Dreiecks oder ihre Verlängerungen schneiden sich in einem Punkt H.
Die drei **Seitenhalbierenden** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt S. Der Punkt S heißt Schwerpunkt des Dreiecks. Er teilt jede Seitenhalbierende im Verhältnis 2:1 .

(Bilder zu den einzelnen Bezeichnungen werden noch kommen, wir um bitten um Verständnis.)

Dreiecke sind kongruent, wenn sie übereinstimmen in

- den Länge der drei Seiten (SSS)
- der Länge einer Seite und den Beträgen der beiden anliegenden Winkel (WSW)
- den Längen zweier Seiten und im Betrag des Winkels, der von ihnen eingeschlossen wird (SWS)
- den Längen zweier Seiten und im Betrag des Winkels, der der längeren Seiten gegenüber liegt (SSW_g)

(Bilder zu den einzelnen Bezeichnungen werden noch kommen, wir um bitten um Verständnis.)

Im **gleichschenkligen Dreieck** sind die Basiswinkel gleich groß.
Sind in einem Dreieck zwei Winkel gleich groß, so ist das Dreieck gleichschenklig.

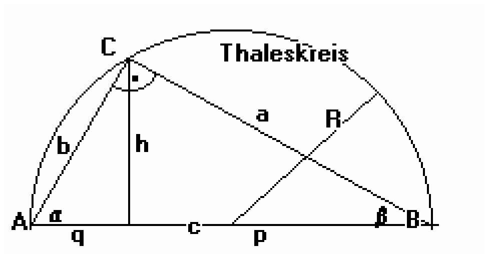
Im **gleichseitigen Dreieck** sind alle Winkel gleich groß.
Sind in einem Dreieck alle Winkel gleich groß, so ist das Dreieck gleichseitig.

(Bilder zu den einzelnen Bezeichnungen werden noch kommen, wir um bitten um Verständnis.)

Rechtwinkliges Dreieck und Satzgruppe des Pythagoras

Satz des Thales:

Ist AB der Durchmesser eines Kreises und liegt C auf diesem Kreis, so ist das Dreieck ABC bei C rechtwinklig.
Die Umkehrung des Satzes ist:
Ist das Dreieck ABC bei C rechtwinklig, so liegt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser AB.



<u>Satz des Pythagoras:</u>

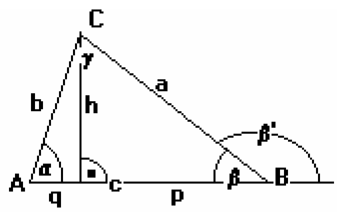
In einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c ist:
$a^2+b^2=c^2$
Die Umkehrung des Satzes ist:
Wenn für die Seiten a, b, c eines Dreiecks ABC ist:
$a^2+b^2=c^2$, dann ist das Dreieck bei C rechtwinklig.

<u>(Bilder zu den einzelnen Bezeichnungen werden noch kommen, wir um bitten um Verständnis.)</u>

<u>Kathetensatz und Höhensatz des Euklids:</u>

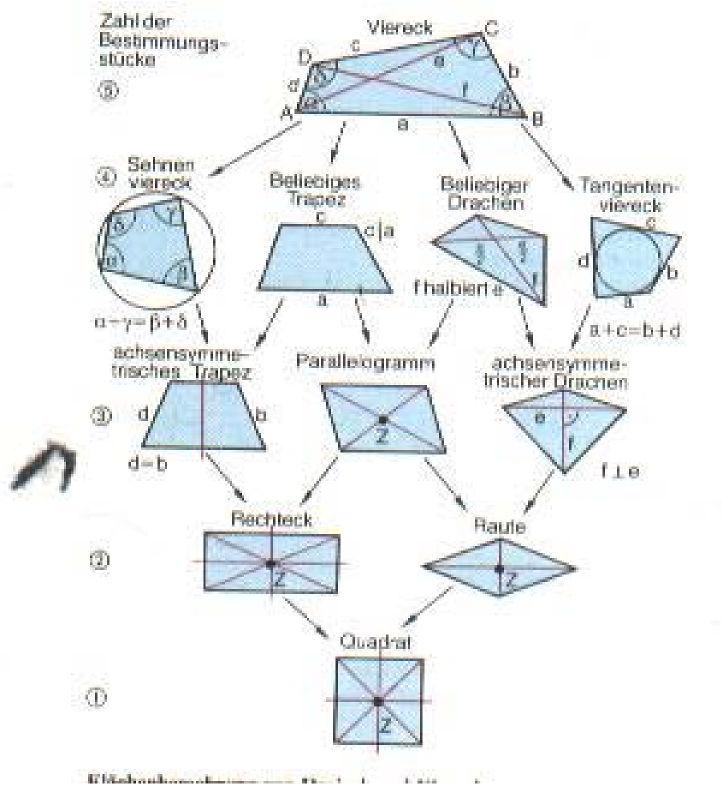
In einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten a und b, der Hypotenuse c, den Hypotenusenabschnitten p und q und der Höhe h ist:

$b^2=c*q$ und $a^2=c*p$ (**Kathetensatz des Euklid**)
$h^2=p*q$ **(Höhensatz des Euklid)**



Viereck

In dem Schema sind die Vierecke nach der Anzahl der zur Konstruktion erforderlichen Bestimmungsstücke geordnet, sie nimmt von oben nach unten ab. Dagegen nimmt die Anzahl der speziellen Eigenschaften von oben nach unten zu.



(Bild aus dem Schulbuch Mathematik 10 westermann-Verlag)

<u>Flächenberechnung von Dreieck und Vierecken:</u>

Hier alle Formeln, mit denen man den Flächeninhalt von Dreiecken und verschiedenen Vierecken berechnen kann.

Dreieck

$$A= \frac{1}{2} \bullet g \bullet h$$

Parallelogramm

$$A=g \bullet h$$

Raute

$$A=g \bullet h= \frac{1}{2} \bullet e \bullet f$$

Trapez

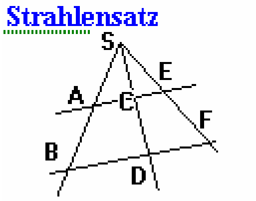
$$A= \frac{1}{2}(a+c) \bullet h$$

Drachenviereck

$$A= \frac{1}{2} \bullet e \bullet f$$

10.2 Strahlensätze

Strahlensätze



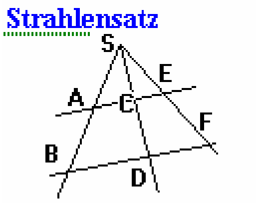
(Achtung: Die Buchstaben auf dem Bild stimmen nicht mit den Buchstaben im Text überein!)

Erster Strahlensatz:

Wenn zwei Strahlen, die von einem Punkt Z ausgehen, von zwei parallelen Geraden geschnitten werden, dann ist:
Die Abschnitte auf dem einen Strahl und die entsprechenden Abschnitte auf dem anderen Strahl haben das gleiche Streckenverhältnis.

ZB/ZA=ZC/ZD und ZB/AB=ZC/DC

Zweiter Strahlensatz:



(Achtung: Die Buchstaben auf dem Bild stimmen nicht mit den Buchstaben im Text überein!)

Wenn zwei Strahlen, die von einem Punkt Z ausgehen, von zwei parallelen Geraden geschnitten werden, dann ist:
Die Abschnitte auf einem Strahl und die entsprechenden Abschnitte auf den Parallelen haben das gleiche Streckenverhältnis.

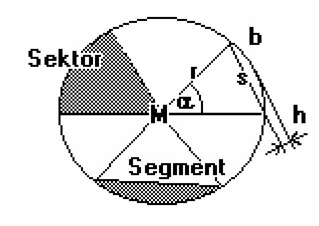
ZB/ZA=CB/DA und ZC/ZD=CB/DA

Dreiecke sind ähnlich, wenn sie übereinstimmen in:

- den Verhältnissen der Längen entsprechender Seiten
- den Verhältnissen der Längen zweier entsprechender Seiten und im Betrag des Winkels, der von ihnen eingeschlossen wird
- den Verhältnissen der Längen zweier entsprechender Seiten und im Betrag des Winkels, der der längeren Seiten gegenüber liegt.

10.3 Kreis

Formeln für Berechnungen am Kreis



Umfang eines Kreises: $U=\pi d=2\pi r$

Flächeninhalt eines Kreises: $A=\pi r^2$

Länge eines Kreisbogens: $b=\dfrac{\pi \bullet r}{180°}\bullet\alpha$

Flächeninhalt eines Sektors

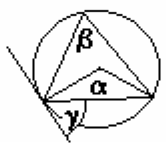
(Kreisausschnitt): $A=\dfrac{\pi r^2}{360°}\bullet\alpha=\dfrac{1}{2}\bullet b\bullet r$

Flächeninhalt eines Kreisabschnittes: $A=\dfrac{1}{2}\bullet b\bullet r-\dfrac{1}{2}\bullet s(r-h)$

Winkel am Kreis:

Thales - Satz

Der Peripheriewinkel über dem Durchmesser ist ein rechter Winkel.



α ... Zentriwinkel
β ... Peripheriewinkel

10.4 Körperberechungen

Hier Formel um Volumen, Oberfläche, ... von den verschiedensten Körpern zu berechne.

Formel zur Berechnung

Würfel:

$V=a^2$
$O=6a^2$
e (Diagonale)=$a*\sqrt{3}$

Quader:

$V=abc$
$O=2\bullet(ab+ac+bc)$
$e=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Prisma:

$V=G\bullet h$
$O=2G+M$

Zylinder:

$V=\pi r^2 h$
$M=2\pi rh$
$O=2\pi r(r+h)$

Pyramide:

$$V=\frac{1}{3}\bullet G\bullet h$$

Kegel:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$M=\pi rs$
$O=\pi r(r+s)$

Pyramidenstumpf:

$$V=\frac{1}{3}h(G_1+\sqrt{G_1\bullet G_2}+G_2)$$

Kegelstumpf:

$$V=\frac{1}{3}\pi(r^2{}_1+\sqrt{r\bullet r^2+r^2{}_2}$$

$M=\pi s(r_1+r_2)$

$O=\pi s(r_1+r_2)+\pi(r^2{}_1+r^2{}_2)$

Kugel:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

$O=4\pi r^2$

Kugelausschnitt:

$$V=\frac{2}{3}*\pi r^2 h$$

Kugelabschnitt:

$$V=\frac{1}{3}\pi h^2(3r-h)$$

Flächeninhalt der Kugelkappe : $2\pi rh$