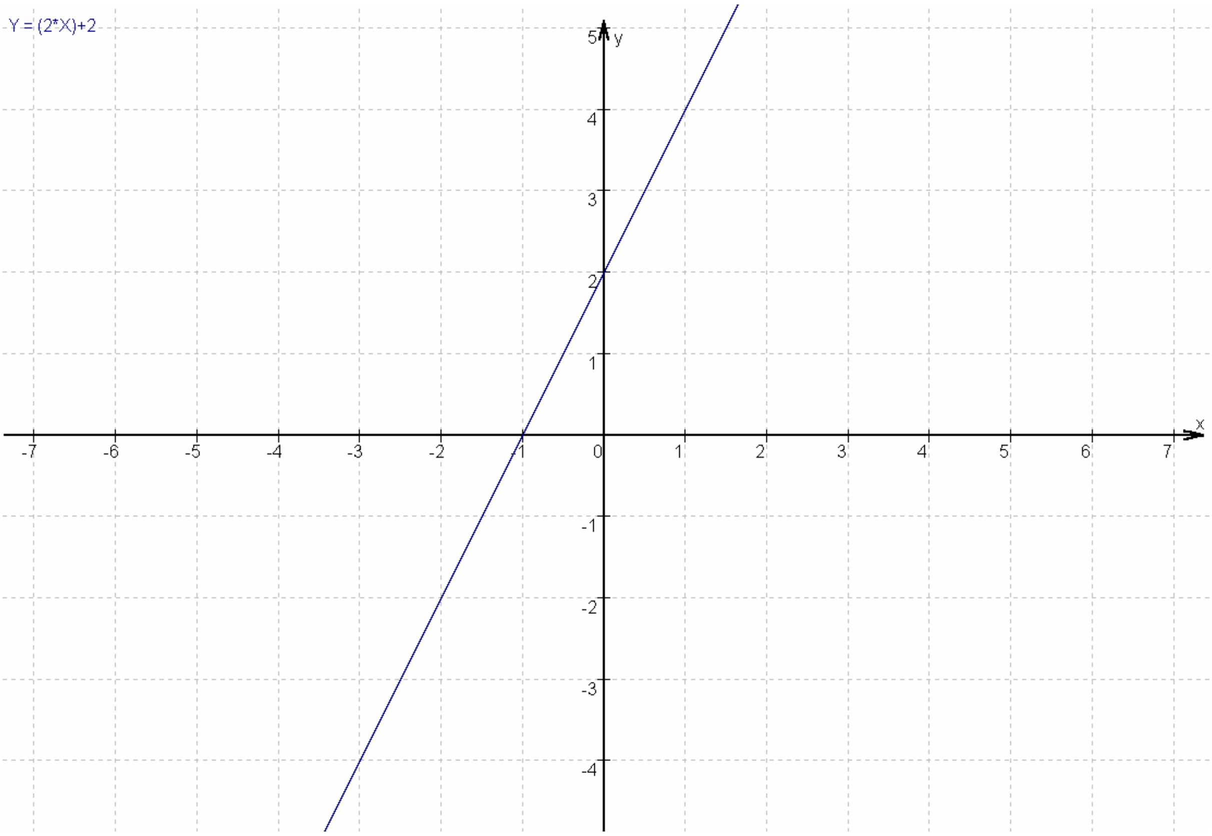
Was ist eine Funktion?

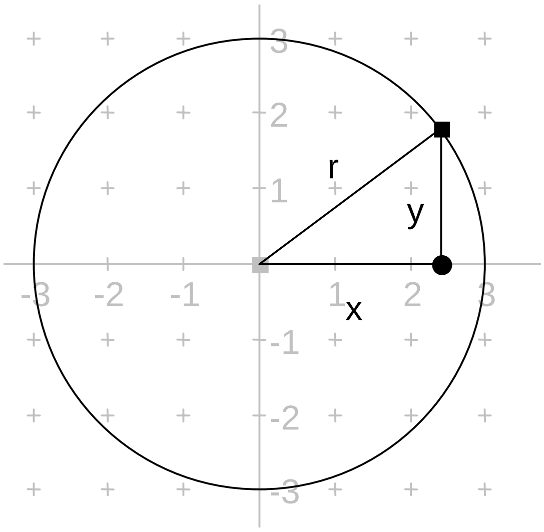
Eine Funktion ist eine Zuordnungsvorschrift, bei dem jedem Element der Definitionsmenge D genau ein Element der Wertemenge W zugeordnet ist.

1. Lineare Funktionen



y=mx+b
b: Ordinatenabschnitt
m: Steigung

2. Kreisgleichung:



Jeder Punkt ist durch eine x-Koordinate und durch eine y-Koordinate definiert.
Es gilt:

$\mathbf{x^2+y^2=r^2}$

$$x^2+y^2=r^2 \mid -x^2$$
$$y^2=r^2-x^2 \mid \sqrt{}$$
$$y=\sqrt{r^2-x^2}$$

Die Menge aller Punkt P, deren Koordinaten die Gleichung $\mathbf{x^2+y^2=r^2}$ erfüllen, bildet den Kreis um den Koordinatenursprung mit dem Radius r.

Kreisgleichung: $x^2+y^2=r^2$

Die Kreisgleichung ist keine Funktionsgleichung.
Der Kreis ist nicht der Graph einer Funktion.

Aufgaben zu Funktionen:

1. Zeichen den Graphen der Funktion. Welche reellen Zahlen können als Funktionswerte auftreten? Notiere den Wertebereich. Zeichne zu den Teilaufgaben a), b) und c) auch ein Pfeildiagramm.

a) $x \to 2-\frac{x}{2}$ b) $x \to x \bullet (x-4)$ c) $x \to \frac{6}{x}$ d) $x \to 5$

e) $x \to \frac{3}{1+x^2}$ f) $x \to x^3+2x$

Lösungen:

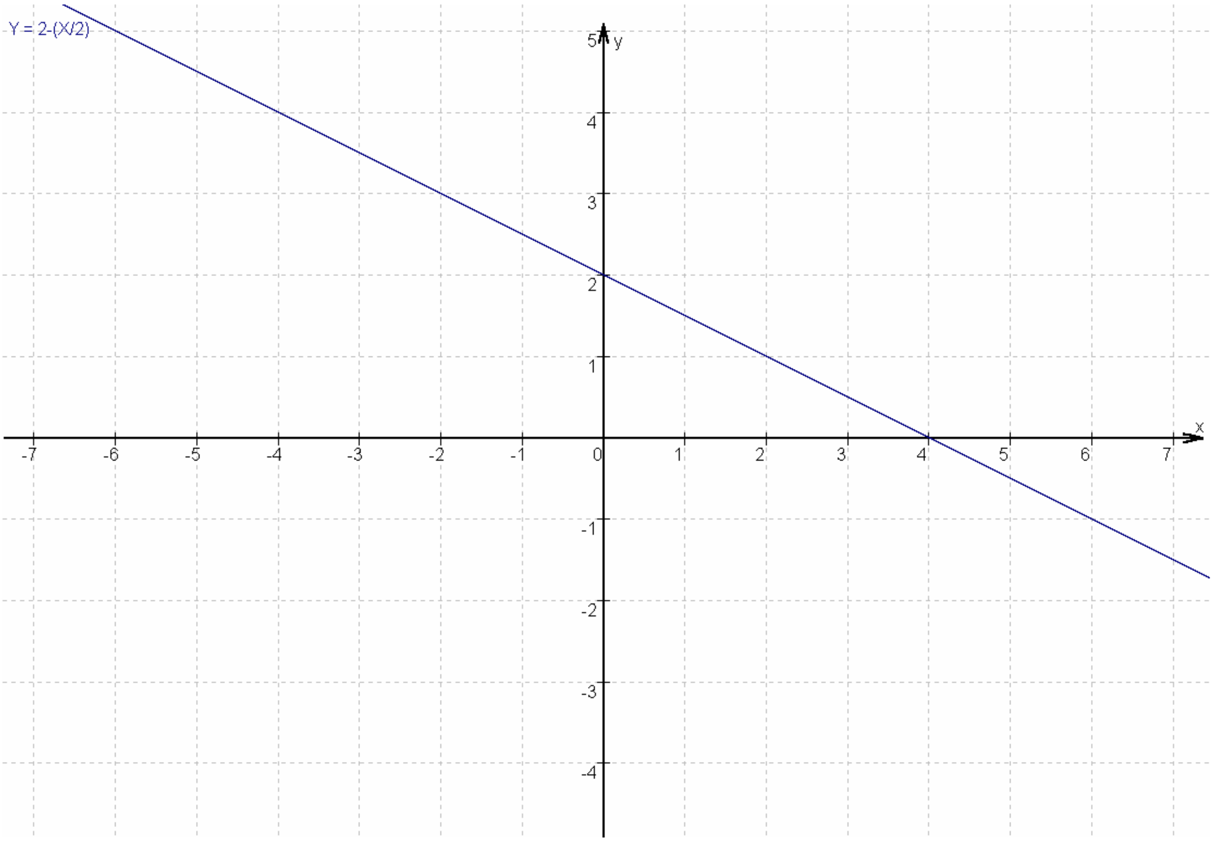
4.

a) $W_f = \{y \varepsilon R \mid 0 \le y \le 2\}$

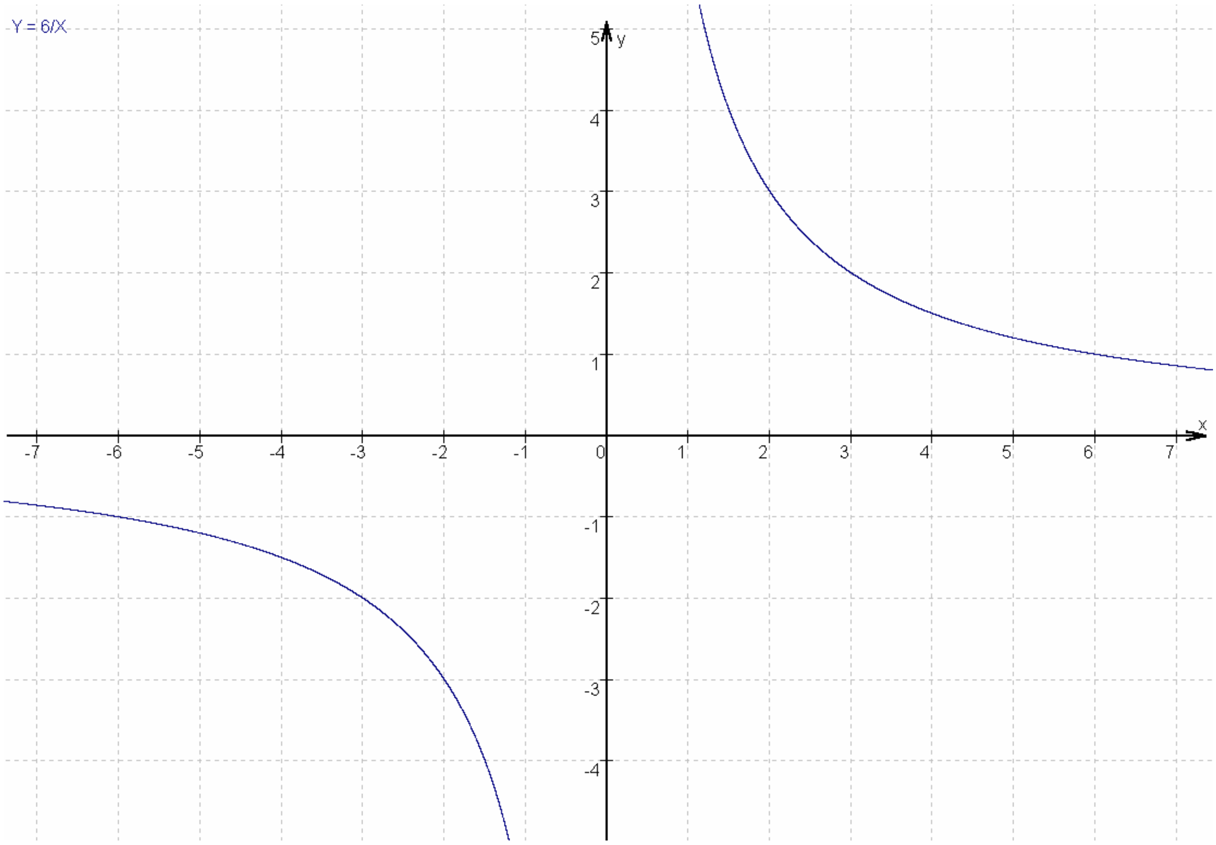
c) $W_f = \{y \varepsilon R \mid 1 \le y \le 6\}$

d) $W_f = \{5\}$

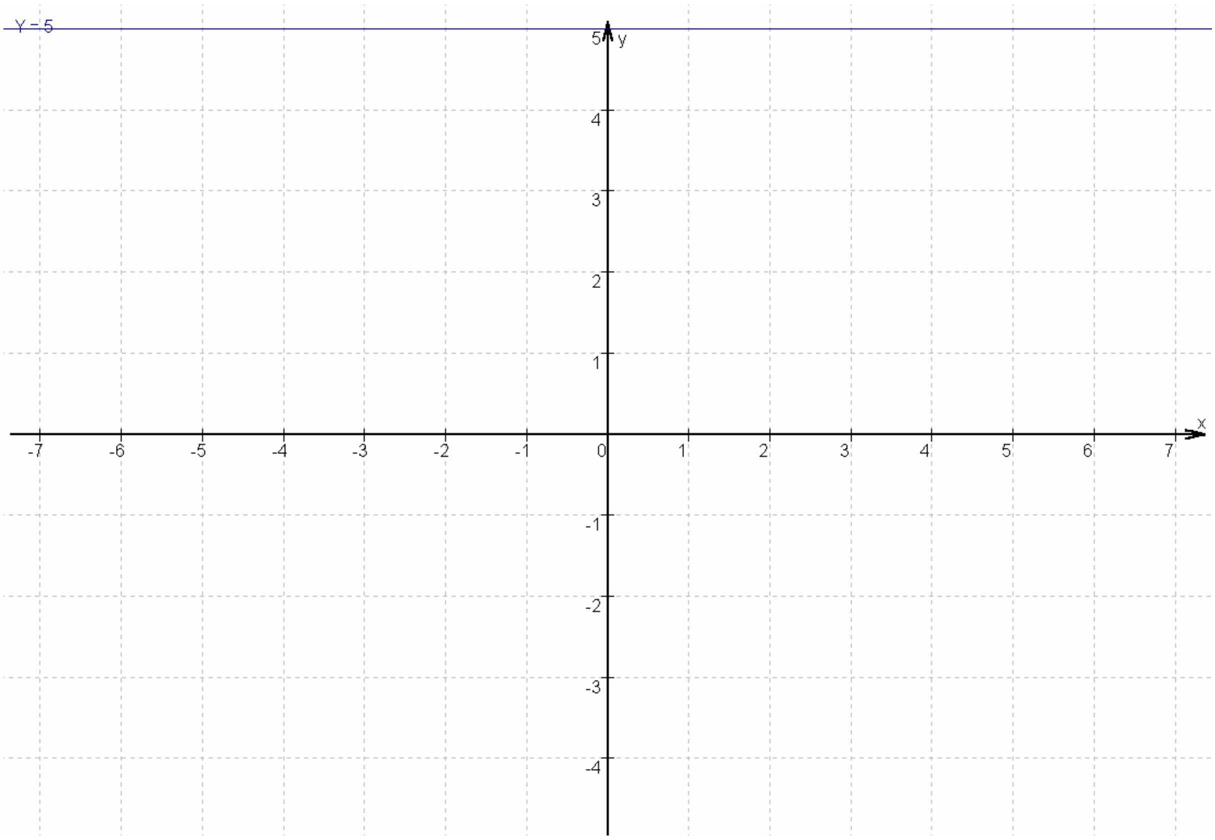
a)



c)


Y = 6/X
y
x
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7

d)


Y = 5
y
x
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7

Aufgaben zu Funktionen / Definitionsmenge und Wertemenge

Definitionsmenge:

Unter der Definitionsmenge D versteht man allgemein alle Zahlen, die für x eingesetzt werden dürfen.

Wertemenge:

Unter der Wertemenge oder unter dem Wertebereich W versteht man allgemein alle Zahlen, die bei der Einsetzung von Zahlen in x heraus kommen.

Aufgaben:

1. Die Funktion f hat den Term

a) $f(x)=3x$ b) $f(x)=\sqrt{x+4}$ c) $f(x)=6/x^2$ d) $f(x)=\sqrt{36-x^2}$
Berechne: f(1), f(3), f(-4), f(0,41), f(-3/2), f(a), f(3+h), f(3-h)
Bestimme den maximalen Definitionsbereich und den Wertebereich. Zeichne den Graphen.

Lösungen

1)

a) $f(x)=3x$
$f(1)=3$
$f(3)=9$
$f(6)=18$
$f(-4)=-12$
$f(0,41)=1,23$
$f(-1,5)=-4,5$
$f(a)=3a$
$f(3+h)=9+3h$
$f(3-h)=9-3h$

a)

D=R
W=R
Denn alle Zahlen darf man einsetzen, dies kann man auch an dem Graphen sehen!

b)

$f(x) = \sqrt{x+4}$

$D = \{x \mid x \geq -4\}$

Der Term unter der Wurzel bezeichnet man als **Diskriminante**.

c) $f(x) = \dfrac{6}{x^2}$

D=R/{0}
Alle Zahlen außer die 0 darf man einsetzen, denn durch 0 darf man nicht dividieren-

d)

$f(x) = \sqrt{36 - x^2}$

$D = \{x \mid -6 \leq x \leq 6\}$

Denn:

<u>Beispiel:</u>

$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

$D = \{x \mid -6 \leq x \leq 6\}$

$f(-6) = \sqrt{9-36} = \sqrt{-27}$

$g(x) = \sqrt{9 - x}$

$g(-6) = \sqrt{9-(-6)} = \sqrt{15}$

Von solchen Funktionen die Definitionsmenge zu bestimmen ist ja noch einfach, bei komplexeren Aufgaben empfehle ich euch die Gebietseinteilung... Dazu später in diesem Abschnitt mehr...

Wer kennt die Geschichte nicht? Die Geschichte vom kleinen Gauss.
Der Lehrer dachte sich eines Tages: „Wie schön, wäre es doch, wenn ich mal eine ganze Zeit lang Pause hätte“. Und so kam er auf folgende Aufgabe: „Liebe Schüler, berechnet mal die Summe der Zahlen von 1-1000“. Der Lehrer legte sich schon in seinen Stuhl zurück und begann zu schlafen. Aber nach 10 Minuten kam der kleine Gauss und sagte im das richtige Ergebnis... Schöne Geschichte, aber das können wir heute auch... ☺

<u>Summenformel:</u>

$$S_n = \frac{1}{n^2}(1+2+...+n)$$

Summen der Zahlen 1-10:

$$\frac{10}{2}(1+10) = 5 \bullet 11 = 55$$

Summen der Zahlen 1-20:

$$10 \bullet 21 = 210$$

Summen der Zahlen 1-100:

$$50 \bullet 101 = 5050$$

Summen der Zahlen 1-1000:

$$500 \bullet 1001 = 500500$$

Summen der Zahlen 1-n:

$$\frac{n}{2}(n+1)$$

Allgemeine Formel zur Berechnung von aufeinander folgenden Summen:

$$\frac{n}{2}(n+1)$$