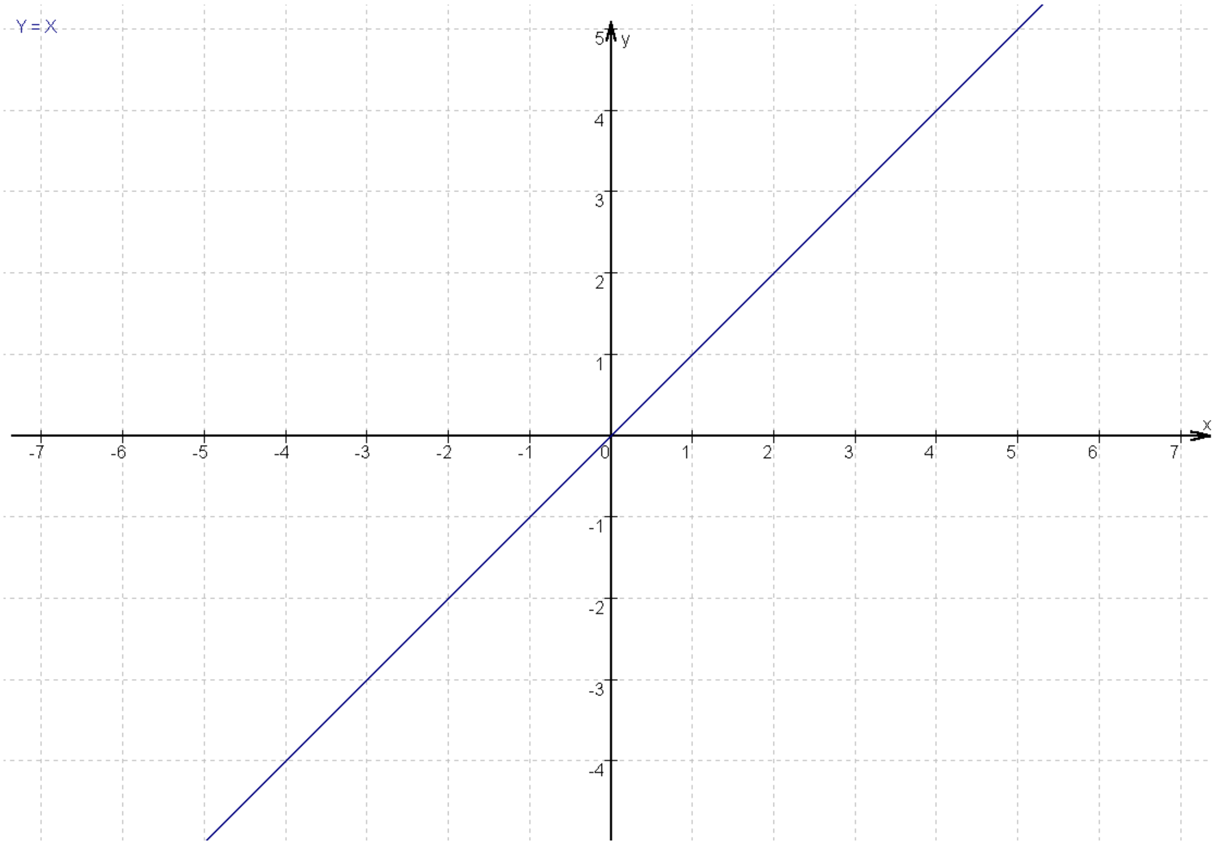
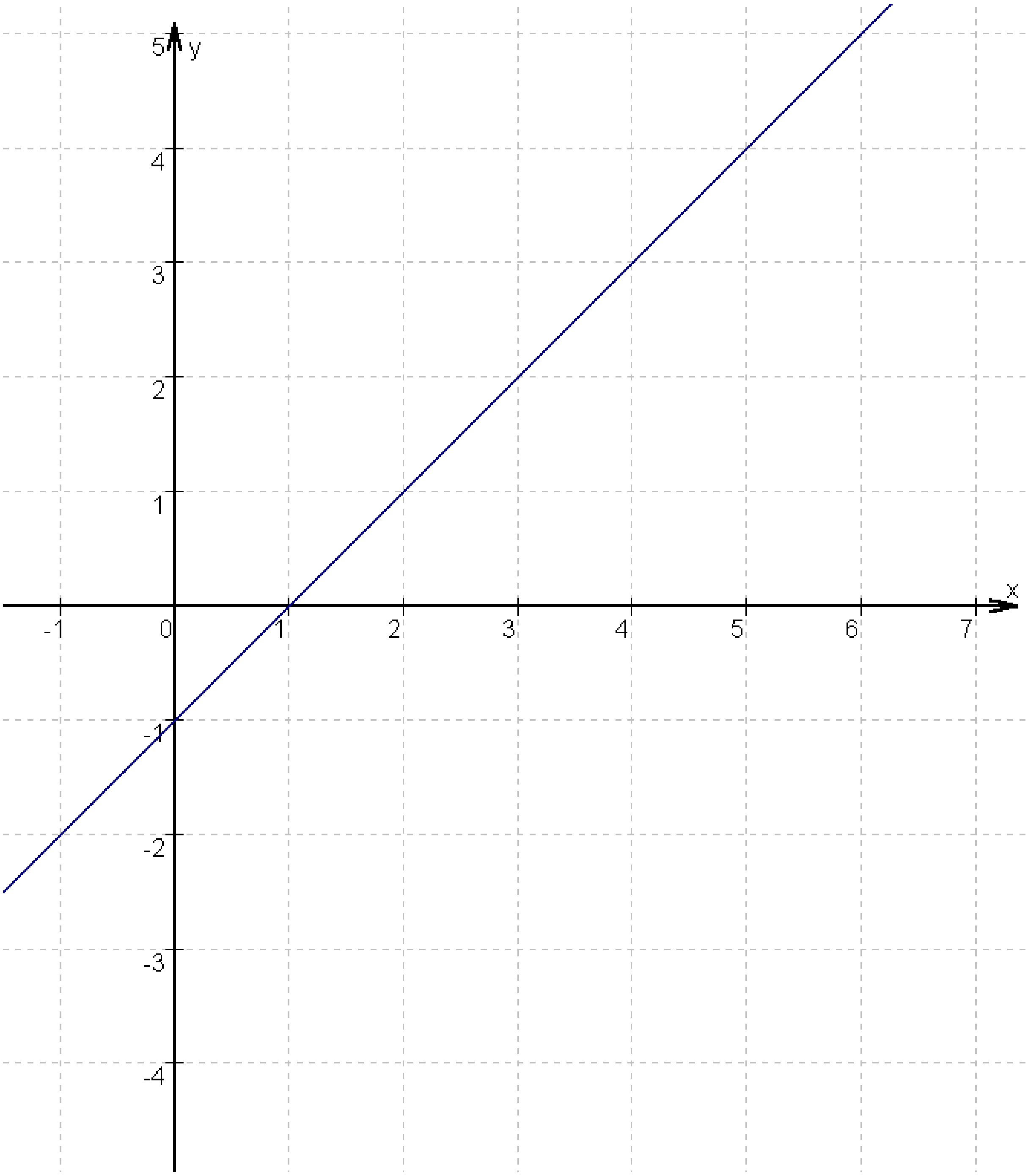
Lineare Funktionen



Der Punkt P(x; y) ist auf der Geraden gegeben.
Die **Normalform** der Parabel ist y=mx+b.

Hier ist:
$y_0=m*x_0$
$m= y_0/ x_0=\tan(\alpha)$

1) Berechne den Steigungswinkel α.



Lösung:

$$m=\frac{4-1}{5-2}=\frac{3}{3}=1$$
$$\tan(\alpha)=1$$
$$\alpha=45°$$

Allgemein gilt:
Der Graph einer linearen Funktion f mit f(x)=mx+b ist eine Gerade.
m ist die Steigung und b der Ordinatenabschnitt. Die Steigung m des Graphen stimmt der Änderungsrate der Funktionswerte überein:

$$m = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

<u>Berechnung der gemeinsamen Punkte von linearen Funktionen:</u>

1) Berechne den gemeinsamen Punkt der beiden Geraden.
a) y= ½ x+3 und y=-x+6
<u>Lösung:</u>

1)
$$\frac{1}{2}x + 3 = -x + 6 \,|\, -3$$
$$\frac{1}{2}x = -x + 3 \,|\, +x$$
$$\frac{3}{2}x = 3 \,|\, \bullet \frac{2}{3}$$
$$x = 2$$

$$y = \frac{1}{2} \bullet 2 + 3 = 4$$
$$P(2;4)$$

<u>Vorgehensweise:</u>

1. Zuerst setzt man beide Gleichungen gleich.
$$\frac{1}{2}x + 3 = -x + 6 \,|\, -3$$
2. Danach berechnet man x.
$$\frac{1}{2}x + 3 = -x + 6 \,|\, -3$$
$$\frac{1}{2}x = -x + 3 \,|\, +x$$
$$\frac{3}{2}x = 3 \,|\, \bullet \frac{2}{3}$$
$$x = 2$$
3. Nun setzt man den x-Wert in eine der beiden Gleichungen und berechnet y.

$$y = \frac{1}{2} \bullet 2 + 3 = 4$$
$$P(2;4)$$

Lineare Funktionen

Aufgabe:

1. Welche Punkte haben die beiden Graphen gemeinsam? Löse die Aufgabe auch zeichnerisch.

a) $y=\frac{1}{2}x+3$, $y=-x+6$ b) $y=0{,}4x-1$, $y=2/3x+1$ c) $x+y=0{,}8$, $x-y=3{,}2$ d) $4x-2y=24$, $y-2x+12=0$

e) $2x+3y=5$, $3x+2y=5$ f) $x-y/2=0{,}5$, $y=x$

2. Zeichne die Gerade mit der Gleichung.

a) $y=3/2x-1$ b) $y=-2x+6$ c) $y=2{,}4x+0{,}8$ d) $y=-\frac{3}{4}x-8/3$ e) $y=-2{,}5$

Lösungen

1)

a)

$$\frac{1}{2}x+3=-x+6\,|-3$$
$$\frac{1}{2}x=-x+3\,|+x$$
$$\frac{3}{2}x=3\,|\bullet\frac{2}{3}$$
$$x=2$$

$$y=\frac{1}{2}\bullet 2+3=4$$
$$P(2;4)$$

Vorgehensweise:

1. Zuerst setzt man beide Gleichungen gleich.

$$\frac{1}{2}x+3=-x+6\,|-3$$

2. Danach berechnet man x.

$$\frac{1}{2}x+3=-x+6\,|-3$$
$$\frac{1}{2}x=-x+3\,|+x$$
$$\frac{3}{2}x=3\,|\bullet\frac{2}{3}$$
$$x=2$$

3. Nun setzt man den x-Wert in eine der beiden Gleichungen und berechnet y.

$$y=\frac{1}{2}\bullet 2+3=4$$
$$P(2;4)$$

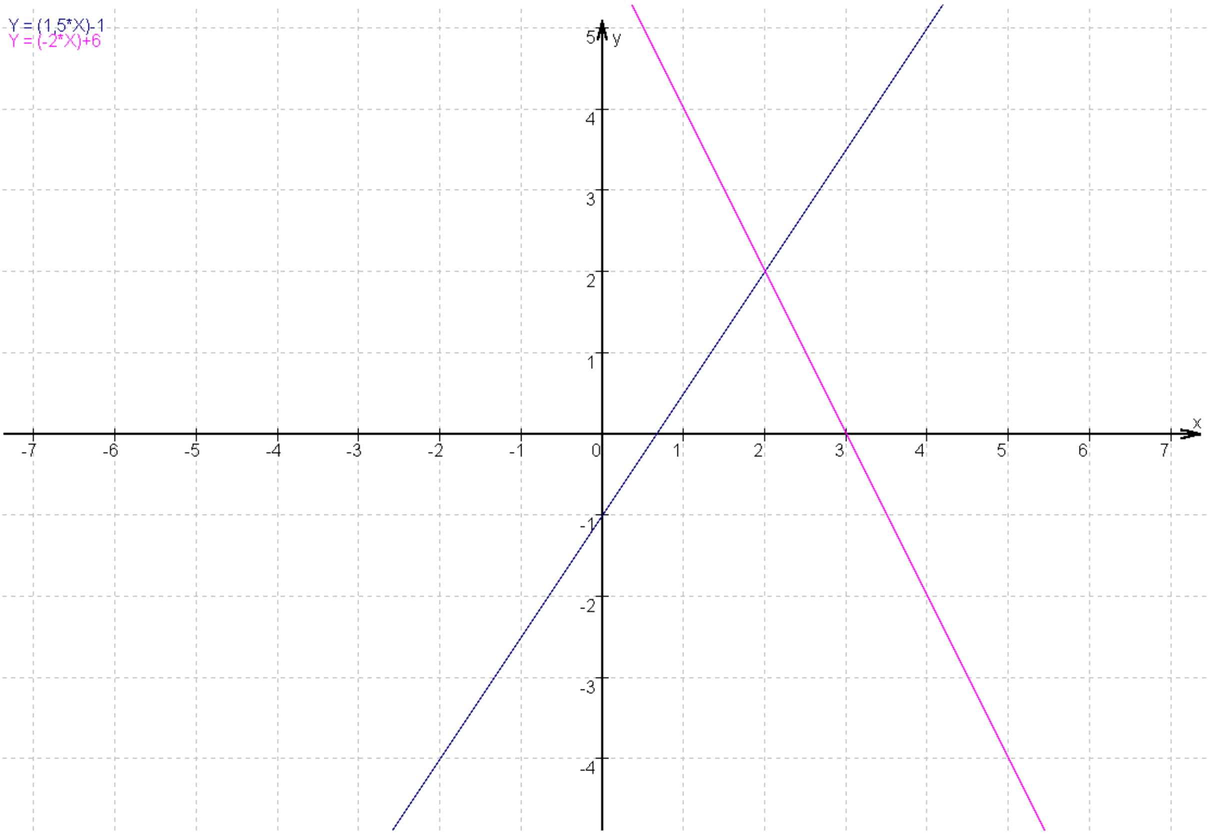
b)

$$0,4x-1=\frac{2}{3}x+1\,|+1$$
$$0,4x=\frac{2}{3}x+2\,|-\frac{2}{3}x$$
$$-\frac{4}{15}x=2$$

$c)$
$$0,8-x=-3,2+x\,|+x$$
$$0,8=-3,2+2x\,|+3,2$$
$$2x=4\,|:2$$
$$x=2$$
$$y=-3,2+2=-1,2$$
$$P(2;-1,2)$$
$d)$
$$y=-12+2x$$
$$y=-12+2x$$

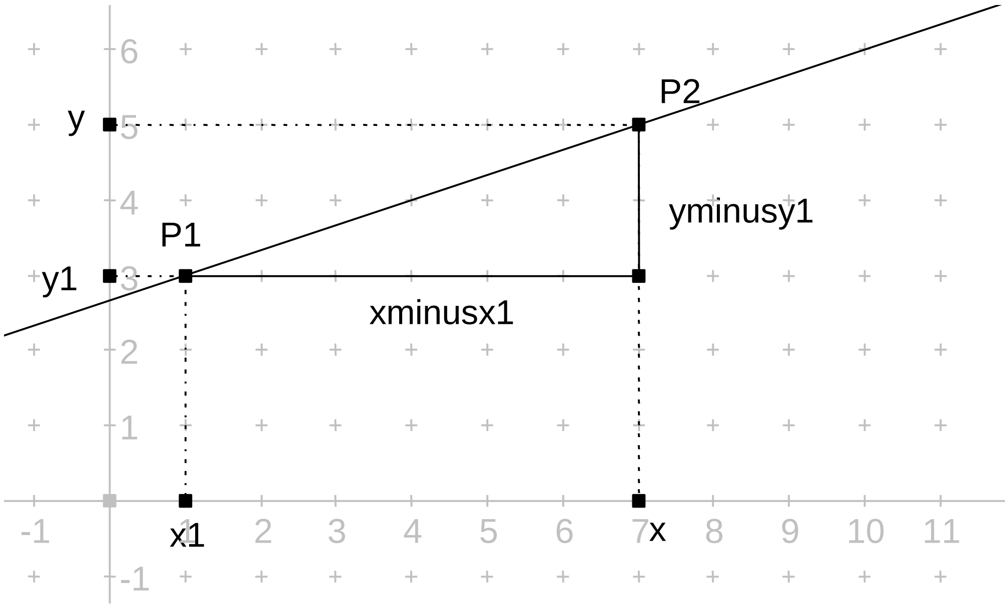
2)

a)



Lineare Funktionen

1. Punkt-Steigungs-Form



Es gilt:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

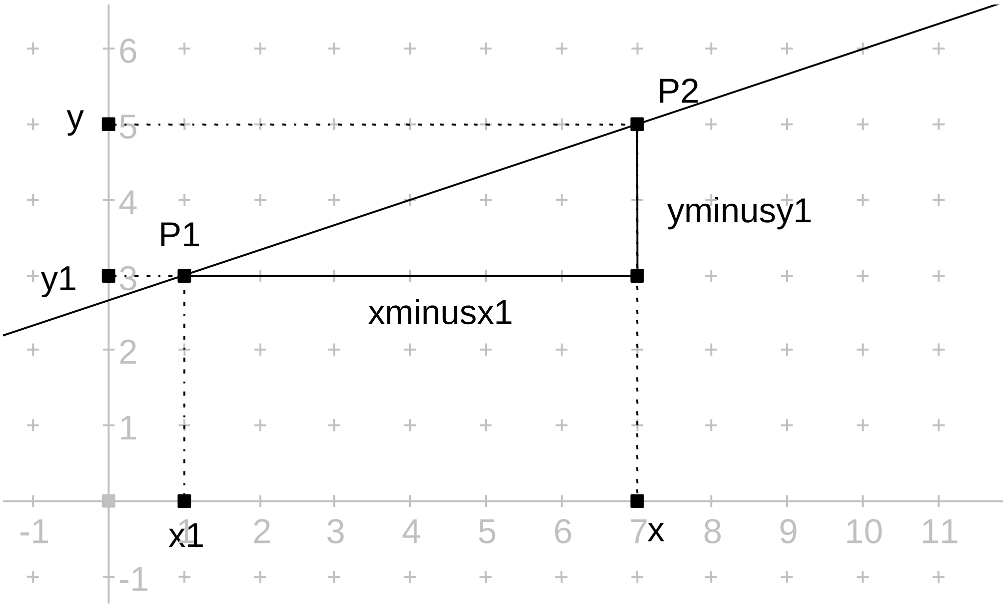
$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \mid \bullet (x - x_1)$$

$$y - y_1 = m \bullet (x - x_1)$$

Diese Gleichung bezeichnet man als *Punkt-Steigungs-Form* der Geradengleichung.

$$y - y_1 = m \bullet (x - x_1)$$

2. Zwei-Punkte-Form:



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Wenn man für m dies einsetzt, erhält man die Zwei-Punkte-Form.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m \bullet (x - x_1)$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \bullet (x - x_1)$$

Zusammenfassung:

1. Normalform
Die Gerade hat die Steigung m und den y-Achsenabschnitt b.
y=mx+b

2. Punkt-Steigungs-Form
Die Gerade hat die Steigung m und geht durch den Punkt P(x_1; y_1).

$$y - y_1 = m \bullet (x - x_1)$$

3. Zwei-Punkte-Form
Die Gerade geht durch die Punkte $P_1(x_1; y_1)$ und $P_2(x_2; y_2)$.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \bullet (x - x_1)$$

Aufgaben:

1. Die Gerade g geht durch den Punkt P_1 und hat die Steigung m. Stelle mit Hilfe der Punkt-Steigungs-Form die Gleichung von g auf und führe diese in die Normalform über.

a) $P_1(4;1)$, m= ½   b) $P_1(-6;0)$, m= 1/3   c) $P_1(-4;4)$, m=-2 d) $P_1(8;0)$, m=- ¾

e) $P_1(0;7,5)$, m=1 f) $P_1(-1,8;-4)$, m=0 g) $P_1(16/5;-24/5)$, m=-3/2   h) $P_1(\sqrt{2};1)$, m=$\sqrt{2}$

i) $P_1(\sqrt{7};-\sqrt{7})$, m=-1

2. Die Gerade geht durch die Punkt P_1 und P_2. Stelle mit Hilfe der Zwei-Punkt-Form die Gleichung von g auf und führe diese in die Normalform über.

a) $P_1(1;2)$, $P_2(2;4)$ b) $P_1(4;6)$, $P_2(8;7)$ c) $P_1(0;3)$, $P_2(5;0)$ d) $P_1(-4;1)$, $P_2(4;3)$

e) $P_1(-3;1)$, $P_2(4;-6)$ f) $P_1(-2;-$ ½), $P_2(7;-$ ½) g) $P_1(-26/5;-3/5)$, $P_2(-6/5;2/5)$

h) $P_1(-1,3;-4,7)$, $P_2(4,7;1,3)$

i) $P_1(1;2)$, $P_2(\sqrt{3};\sqrt{12})$

Lösungen:

1)

a)

$$y - y_1 = m \bullet (x - x_1)$$
$$y - 1 = \frac{1}{2} \bullet (x - 4)$$
$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

b)

$$y - y_1 = m \bullet (x - x_1)$$
$$y - 0 = \frac{1}{3} \bullet (x + 6)$$
$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

<u>Vorgehensweise:</u>

1. Zuerst wendet man die Formel an: $y - y_1 = m \bullet (x - x_1)$

$$y - y_1 = m \bullet (x - x_1)$$
$$y - 0 = \frac{1}{3} \bullet (x + 6)$$
$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

2. Danach stellt man die Gleichung auf.

$$y - y_1 = m \bullet (x - x_1)$$
$$y - 0 = \frac{1}{3} \bullet (x + 6)$$
$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

2)

a)

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \bullet (x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{4-2}{2-1} \bullet (x-1)$$

$$y - 2 = 2x - 2 \,|\, +2$$

$$y = 2x$$

d)

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \bullet (x - x_1)$$

$$y - 1 = \frac{3-1}{4+4} \bullet (x+4)$$

$$y - 1 = \frac{1}{4}x + 1 \,|\, +1$$

$$y = \frac{1}{4}x + 2$$

Vorgehensweise:

1. Zuerst wendet man die Formel an: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \bullet (x - x_1)$.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \bullet (x - x_1)$$

$$y - 1 = \frac{3-1}{4+4} \bullet (x+4)$$

$$y - 1 = \frac{1}{4}x + 1 \,|\, +1$$

$$y = \frac{1}{4}x + 2$$

2. Danach stellt man die Gleichung auf.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \bullet (x - x_1)$$

$$y - 1 = \frac{3-1}{4+4} \bullet (x+4)$$

$$y - 1 = \frac{1}{4}x + 1 \,|\, +1$$

$$y = \frac{1}{4}x + 2$$