

Beweise:

In der Mathematik gibt es immer sehr viele Beweise und außerdem werden immer sehr viele Beweise verlangt.

Ich will euch zwei verschiedene Beweise vorstellen. Einmal einen direkten Beweis und einmal einen indirekten Beweis... Wenn ihr die Technik verstanden habt, dürfte es euch nicht schwer fallen, alleine Beweise aufzustellen.

1. Indirekter Beweis

Behauptung: $\sqrt{2}$ ist keine rationale Zahl.

Annahme: $\sqrt{2}$ ist eine rationale Zahl.

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n} \quad (m, n) = 1$$

$$m = \sqrt{2}n \quad |^2$$

$$m^2 = 2n^2$$

m^2 ist eine gerade Zahl.

m ist eine gerade Zahl.

$$m = 2x$$

$$m^2 = 2n^2$$

$$4x^2 = 2n^2 \quad | : 2$$

$$2x^2 = n^2$$

n ist eine gerade Zahl.

\Rightarrow Annahme falsch, Behauptung richtig!

2. Behauptung: $\sqrt{3}$ ist keine rationale Zahl.

Annahme: $\sqrt{3}$ ist eine rationale Zahl.

$$\sqrt{3} = \frac{m}{n} \quad (m, n) = 1$$

$$m = \sqrt{3}n \mid^2$$

$$m^2 = 3n^2$$

m^2 ist eine gerade Zahl.

m ist eine gerade Zahl.

$$m = 3x$$

$$m^2 = 3n^2$$

$$9x^2 = 3n^2 \mid :3$$

$$3x^2 = n^2$$

n ist eine gerade Zahl.

\Rightarrow Annahme falsch, Behauptung richtig!

2. Direkter Beweis

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2$$

$$0 < x_1 < x_2$$

$$x_1^2 < x_1 \cdot x_2$$

$$x_1 \cdot x_2 < x_2^2$$

Zusammengefasst :

$$x_1^2 < x_1 \cdot x_2 < x_2^2$$

$$\Rightarrow x_1^2 < x_2^2$$