Gebietsbegrenzung

Die Gebietseinteilung ist sehr gut geeignet, um den Verlauf eines unbekannten Graphen zu bestimmen. Außerdem kann man ganz leicht die Definitionsmenge und die Wertemenge herausfinden... Also schaut es euch einfach an und lernt die Gebietseinteilung anzuwenden...

1. Bestimme die Nullstellen der Gleichung.

a) $3x^3 - 11x^2 - 13x + 36$

Lösungen:

Vorgehensweise:

1. Zuerst führt man eine Polynomdivision durch, um die Nullstellen zu berechnen.

Nullstelle für x=4, der Linearterm lautet (x-4)

$3x^3 - 11x^2 - 13x + 36 : (x-4) = 3x^2 + x - 9$

$-(3x^3 - 12x^2)$

$-------$

$x^2 - 13x$

$(-x^2 - 4x)$

$-------$

$-9x + 36$

$-(-9x + 36)$

$-------$

0

2. Bestimme die Nullstellen der Gleichung und nehme eine Gebietsbegrenzung vor.

a) $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x}$

Lösungen:

$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x(x-3)}$$

Vorgehensweise bei einer Gebietsbegrenzung

1. Zuerst berechnet man die Nullstellen der Gleichung

$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x(x-3)}$$

Nullstellen

$x = 3; 0; 2; -2$

2. Danach zeichnet man die Nullstellen im Koordinatensystem ein mit einer Senkrechten zur x-Achse und einer Parallelen zur y-Achse.

3. Danach setzt man nach und nach Werte ein, die größer bzw. kleiner als die Nullstellen sind und schaut, in welchem Bereich der Funktionswert positiv bzw. negativ wird.
Wird er positiv, kann man das negative wegstreichen, wird er negativ, kann man das positive wegstreichen.

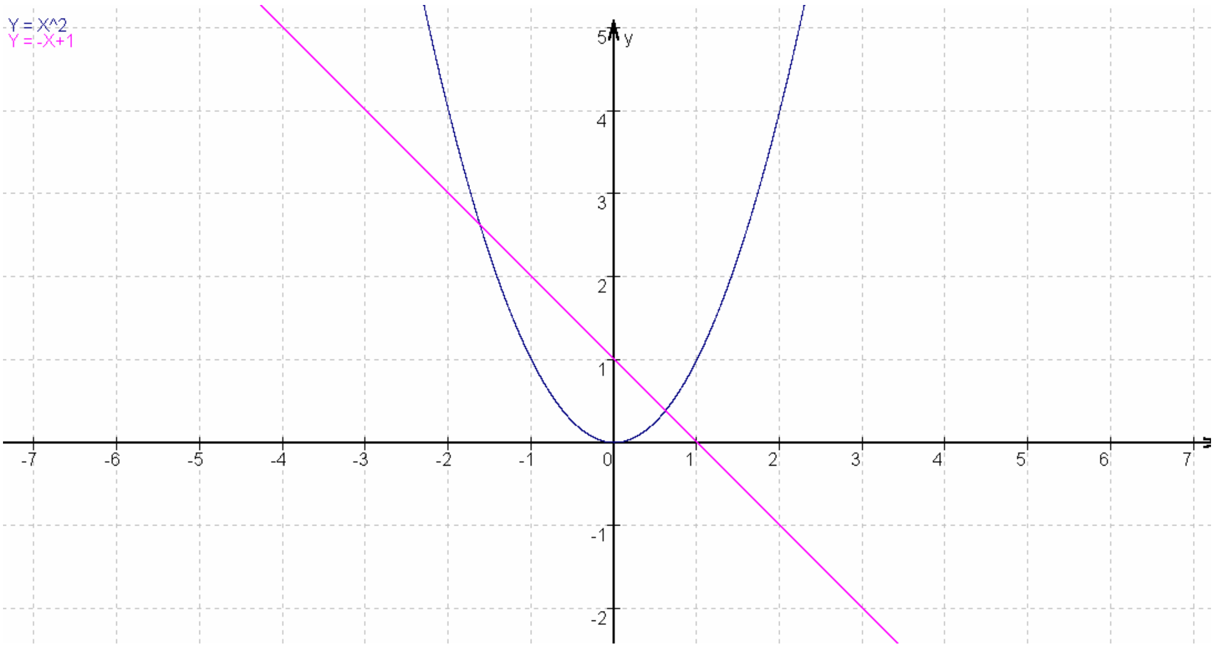
Ist a Nullstelle einer ganzrationalen Funktion f und ist
$f(x)=(x-a)^k \bullet g(x)$ **und** $k \varepsilon \mathbb{N}$ **und** $g(a) \neq 0$**, so heißt a eine k-fache Nullstelle von**

Beispiele:

$y=(x^2-6x+9)x^2$

$y=(x-3)^2 \bullet x^2$

3 ist eine doppelte Nullstelle.
0 ist eine doppelte Nullstelle.



f(x)=x² : doppelte Nullstelle bei 0.
f(x)=x+1: einfache Nullstelle bei 1.

$y=x^6-x^4=x^4(x^2-1)=x^4(x+1)(x-1)$

Nullstellen

$x=0;1;-1$

4fache Nullstelle bei 0.
Jeweils einfache Nullstelle bei 1 und –1.

Aufgaben zur Polynomdivision und zur Gebietsbegrenzung

1. Bestimme die Nullstellen. Gib auch Positiv- und Negativbereiche an.

a) $f(x)=x^3-3x^2-2x+6$ b) $f(x)=x^5/2-x^4/3-8x+16/3$

c) $f(x)=x^3-7/4x-\frac{3}{4}$ d) $f(x)=x^5+2x^4+2x^3+4x^2+3x+6$

Lösungen:

1.

a)

$x^3-3x^2-2x+6:(x-3)=x^2-2$
$-(x^3-3x^2)$
$-------$
$-2x$
$-(-2x+6)$
$-------$
0

$f(x)=(x-3)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$
$Nullstellen$
$x=3;-\sqrt{2};\sqrt{2}$

b)

$b)$
$Nullstellen: x=-1;-\frac{1}{2};\frac{3}{2}$
$c)$
$Nullstellen: x=-2;\frac{2}{3};2$
$d)$
$Nullstellen: x=-2$

Aufgaben zu Funktionen

1. Berechne die Geradengleichung.
a) P(0; 0), Q(-1; 3)   b) P(-3;5), Q(1; 4)

Lösungen:

1.

a)

$$y-0=\frac{3-0}{-1-0}(x-0)$$
$$y=-3x$$
oder
$$m=\frac{3-0}{-1-0}=\frac{3}{-1}=-3$$
$$y=-3x$$

b)

$$y-5=\frac{4-5}{1+3}(x+3)$$
$$y-5=-\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}\,|+5$$
$$y=-\frac{1}{4}x+4\frac{1}{4}$$
oder
$$m=\frac{4-5}{1+3}=-\frac{1}{4}$$
$$5=-\frac{1}{4}\bullet(-3)+b$$
$$5=\frac{3}{4}+b\,|-\frac{3}{4}$$
$$b=4\frac{1}{4}$$
$$y=-\frac{1}{4}x+4\frac{1}{4}$$

2) Der Neigungswinkel einer Geraden beträgt 60° auf ihr liegt der Punkt P(-4; ½).
Berechne die Geradengleichung.

<u>Lösungen:</u>

2)

$$\tan(60°) = m = 1,73$$
$$0,5 = 1,73 \bullet (-4) + b$$
$$0,5 = -6,92 + b \mid +6,92$$
$$b = 7,42$$
$$y = 1,73x + 7,42$$

<u>Gebietseinteilung:</u>

1) Führe eine Gebietseinteilung durch.

$$a)\, f(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{x(x+5)} b)\, f(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{x^2(x+5)} c)\, y = x^2 - 4$$

<u>Lösungen:</u>

1.)

a)

Nullstellen für x=1; -2; 0; -5

b)

Nullstellen für x=1; -2; 0; -5.
x^2 doppelte Nullstelle.

c)

$$y = x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$
$$D = x \geq 2 oder x \leq 2$$

<u>Vorgehensweise:</u>

1. Zuerst berechnet man alle Nullstellen sowie im Zähler als auch im Nenner.

2. Danach schaut man nach einfacher und doppelter Nullstelle und setzt Werte ein und schaut nach dem Positivbereich oder Negativbereich.

3) Die Gleichung $h_t(x) = -tx + t$. Zeige, dass alle Geraden aus der Geradenschar eine gemeinsame Nullstelle hat.

Lösungen:

3)

a)

$$h_t(x) = -tx + t$$
$$0 = -tx + t \mid -t$$
$$-t = -tx \mid :(-t)$$
$$x = 1$$

P(1; 0)

b)

$$f : y = -tx + t$$
$$g : y = -tx + t$$
$$-t1 \bullet (-t2) = -1$$
$$t1t2 = -1 \mid : t1$$
$$t2 = -\frac{1}{t1}$$
$$g : y = \frac{1}{t1}x - \frac{1}{t1}$$
$$Flächeninhalt:$$
$$A = \frac{(t1 + \frac{1}{t1})}{2}$$

Aufgaben zu Funktionen

1. Berechne die Länge der Seiten und die Längen der Diagonalen des Vierecks ABCD.

a) A(-4; 1), B(-1; -3), C(11; 2), D(3; 6)   b) A(1; -3), B(9; -3), C(13; 0), D(1; 9)

2. Bestimme den Mittelpunkt und den fehlenden Eckpunkt des Parallelogramms ABCD.

a) A(-2; 2) , B(4; 1) , C(2; 6)   b) A(1; 0)   B(7; 3), C(6; 5)

Lösungen:

3)

Buch Seite 22 Nr. 3, 4

3. Berechne die Länge der Seiten und die Längen der Diagonalen des Vierecks ABCD.

a) A(-4; 1), B(-1; -3), C(11; 2), D(3; 6)   b) A(1; -3), B(9; -3), C(13; 0), D(1; 9)

4. Bestimme den Mittelpunkt und den fehlenden Eckpunkt des Parallelogramms ABCD.

a) A(-2; 2) , B(4; 1) , C(2; 6)   b) A(1; 0)   B(7; 3), C(6; 5)