Bestimmung des Differenzenquotienten allgemein

$\frac{f(x)-f(a)}{x-a}: Differenzenquotienten$ (Zwei-Punkte-Methode)

$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}: Differenzenquotienten(h-Methode)$

Bestimmung der Normalen

Definition der Normalen:

Die Normale ist die Senkrechte der Tangente durch den Punkt P.

Gegeben:
$y=x^2$; $x_0=2$ → P(2 ; 4)

Vorgehensweise:

1. Zuerst berechnet man die Ableitung der Funktion $y=x^2$.

y'=2x

2. Nun berechnet man y=mx+b der Normalen.

$m_t=4$
$m_n=-\frac{1}{4}$

$$y=mx+b$$
$$4=-\frac{1}{4}\bullet 2+b$$
$$4=-\frac{1}{2}+b \mid +\frac{1}{2}$$
$$b=4,5$$
$$y=-\frac{1}{4}x+4,5$$

Aufgaben zu Ableitungen

Buch Seite 132 Nr. 1, Nr. 5, 6

1. *Tangentenkonstruktion für die Normalparabel*

a) Man kann folgendermaßen exakt die Tangente im Punkte P an die Parabel mit der Gleichung $y=x^2$ konstruieren:
Man fällt das Lot auf die zweite Achse und bestimmt Q so, dass ist. Die Gerade QP ist dann die gesuchte Tangente.
Zeige, dass dieses Verfahren korrekt ist.

b) Auch mit Hilfe der Normalen lässt sich einen Tangentenkonstruktion gewinnen. Bestimme dazu zunächst den Schnittpunkt der Normalen mit der zweiten Achse und beschreibe dann die Tangentenkonstruktion.

5. Zur Sekante durch die Punkte A(1; y) und B(4; y) auf dem Graphen der Funktion $y=x^3$ ist eine parallele Tangente gezeichnet. Bestimme den Berührpunkt der Tangente.

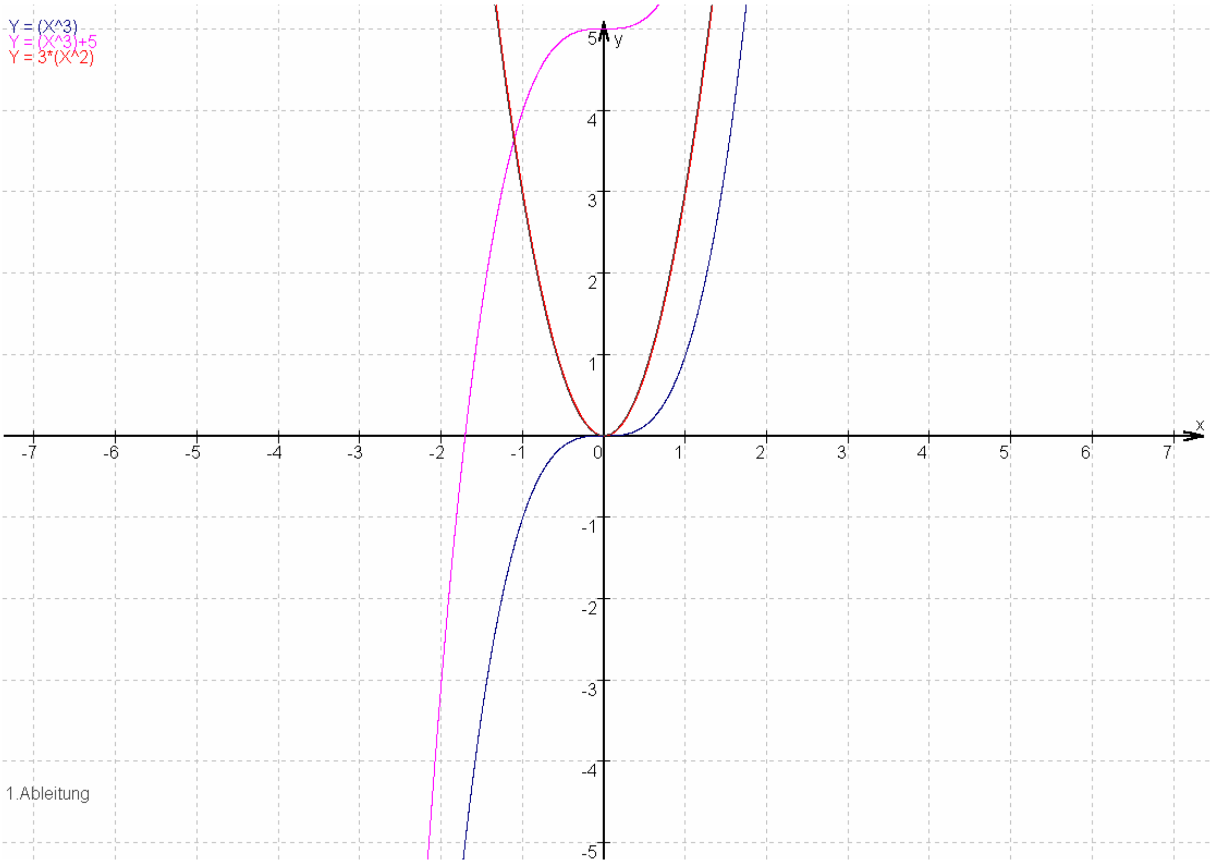
6. Im Punkt P(2; y) ist an den Graphen der Funktion $y=x^2$ die Tangente gezeichnet. Zu ihr soll eine parallele Tangente an den Graphen der Funktion $y=x^3$ gezeichnet werden. Bestimme ihre Gleichung.

Bestimmung der 1. Ableitung

1. Bestimme die Ableitung von $y=x^{23}$.

$$y = x^n$$
$$y' = nx^{n-1}$$
$$y' = 3x^2$$

2. Bestimme die Ableitung von $y=x^3+5$.



$$y' = 3x^2$$
Denn y=5 hat die Steigung 0 und y’=0.

3. Bestimme die Ableitung der Funktion y=x²+5 mit der h-Methode.

$$y = x^2 + 5$$
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x+h)^2 + 5 - x^2 - 5}{h} = \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$
$$= \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \frac{2xh + h^2}{h} = \frac{h(2x+h)}{h} = 2x + h$$
$$\lim_{h \to 0} 2x + h = 2x$$
$$f'(x) = 2x$$

4. Bestimme die Ableitung der Funktion y=5x².

Die Ableitung von $y=x^2$ ist $y'=2x$.
Die Ableitung von $y=5x^2$ ist $y'=5*2x=10x$

$$y = 5x^2$$
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5(x+h)^2 - 5x^2}{h} = \frac{5((x+h)^2 - x^2)}{h}$$
$$= 5\frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = 5\frac{2xh + h^2}{h} = 5\frac{h(2x+h)}{h} = 5(2x+h)$$
$$\lim_{h \to 0} 5(2x+h) = 10x$$
$$f'(x) = 10x$$

Allgemein gilt:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

und

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

Bestimmung der 1. Ableitung

Buch Seite 131 Nr. 12, Seite 132 Nr. 2

12) Gib die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion f in dem angegebenen Punkt an.

$a)\ f(x) = \sqrt{x}; P(4; y)$

$b)\ f(x) = \sqrt{x} + x; P(9; y)$

$c)\ f(x) = 3\sqrt{x}; P(2; y)$

2) Beweise, dass die Behauptung richtig ist.

Lösungen:

12)

$$a)\, f(x) = \sqrt{x}; P(4; y)$$
$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} = m = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{4}$$
$$m = \frac{1}{4}; P(4; 2)$$
$$2 = \frac{1}{4} \bullet 4 + b$$
$$2 = 1 + b \,|\, -1$$
$$b = 1$$
$$y = \frac{1}{4}x + 1$$

$$b)\, f(x) = \sqrt{x} + x; P(9; y)$$
$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1 = m = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 1 = 1\frac{1}{6}$$
$$m = \frac{7}{6}; P(9; 3)$$
$$3 = \frac{7}{6} \bullet 9 + b$$
$$b = 1{,}5$$
$$y = \frac{7}{6}x + \frac{3}{2}$$

$$c)\, f(x) = 3\sqrt{x}; P(2; y)$$
$$y' = 3\frac{1}{2\sqrt{x}} = m = 3\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$
$$m = \frac{3}{2\sqrt{2}}; P(3\sqrt{2})$$
$$b = \frac{3}{\sqrt{2}}$$
$$y = \frac{3}{2\sqrt{2}}x + \frac{3}{\sqrt{2}}$$