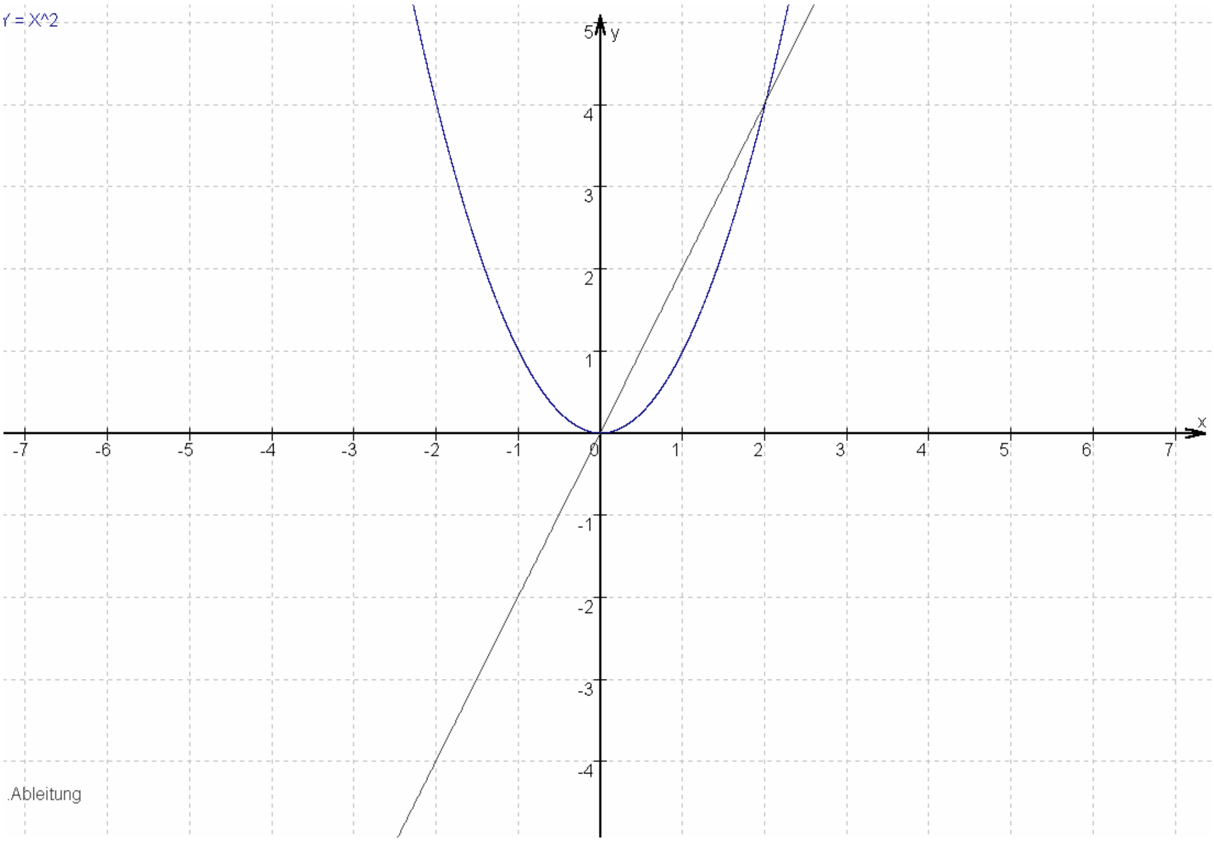
Funktionen und Ableitungen



Wenn man eine Funktion gegeben hat und die Ableitung bestimmen soll, geht man so vor:

Vorgehensweise: Funktion – Ableitung:

1. Zuerst bestimmt man Punkte, an denen die Steigung 0 ist und trägt sie auf die x-Achse auf.

2. Danach sucht man sich Punkte, an denen die Steigung ungefähr 1 sein könnten.

3. Nun schaut man, ob die Funktion an bestimmen Stellen streng monoton steigend oder streng monoton fallend ist und trägt so die Ableitung ein.

Vorgehensweise: Ableitung - Funktion:

1. Zuerst schaut man sich die Funktionswerte in einzelnen Bereichen an.

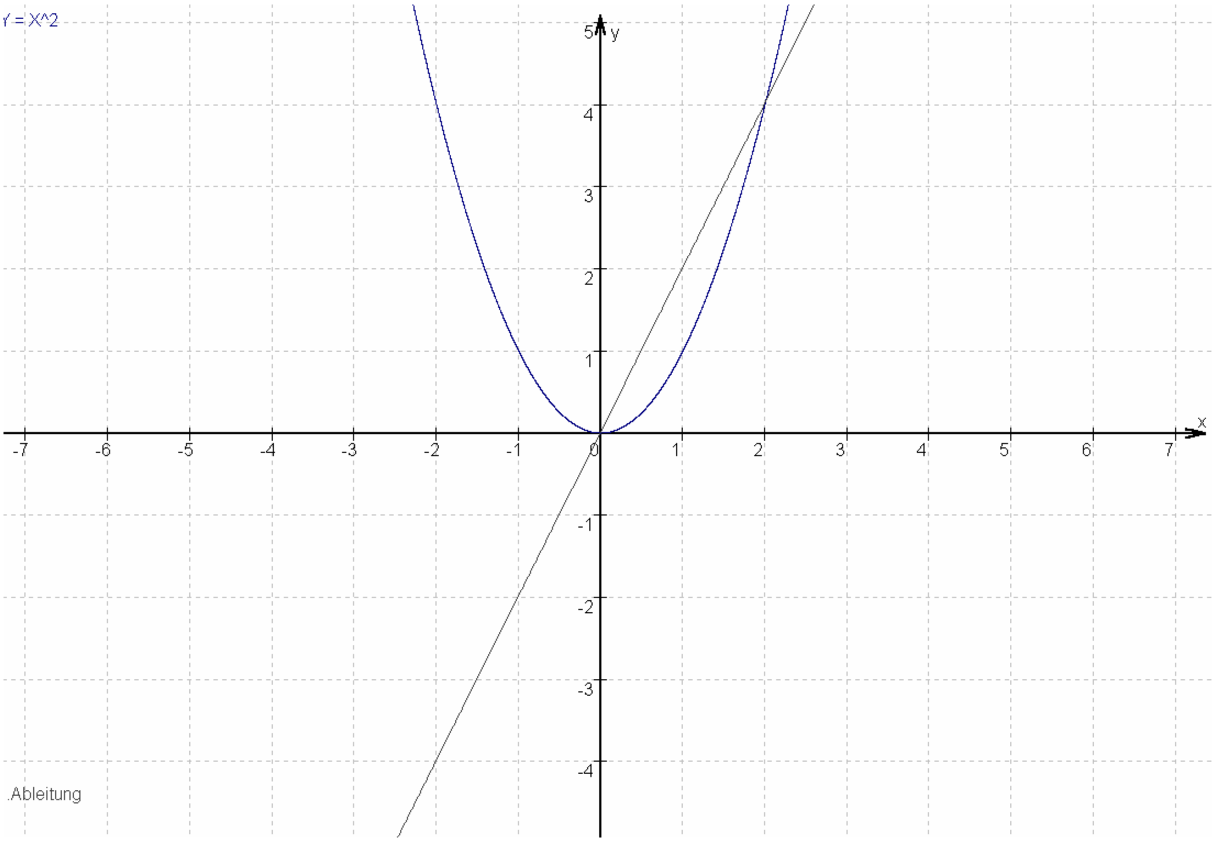
2. Danach gilt:
Wenn die Funktionswerte positiv sind, ist die Ableitung streng monoton steigend, wenn die Funktionswerte negativ sind, ist die Ableitung streng monoton fallend.

Funktionsuntersuchungen

1. Zeichne 4 Ableitungsfunktion, bei denen gilt:
a) 1 Nullstelle
b) 2 Nullstellen
c) 3 Nullstellen
d) 3 Nullstellen, eine davon eine doppelte Nullstelle

2. Zeichne die Funktionen dazu.

Funktionen und Ableitungen



Wenn man eine Funktion gegeben hat und die Ableitung bestimmen soll, geht man so vor:

Vorgehensweise: Funktion – Ableitung:

1. Zuerst bestimmt man Punkte, an denen die Steigung 0 ist und trägt sie auf die x-Achse auf.

2. Danach sucht man sich Punkte, an denen die Steigung ungefähr 1 sein könnten.

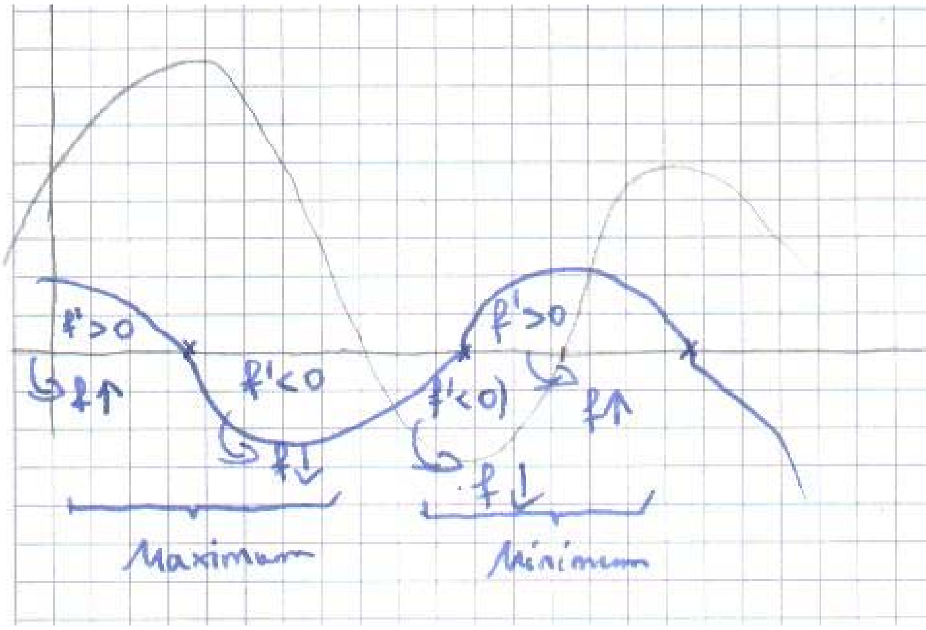
3. Nun schaut man, ob die Funktion an bestimmen Stellen streng monoton steigend oder streng monoton fallend ist und trägt so die Ableitung ein.

Vorgehensweise: Ableitung - Funktion:

1. Zuerst schaut man sich die Funktionswerte in einzelnen Bereichen an.

2. Danach gilt:
Wenn die Funktionswerte positiv sind, ist die Ableitung streng monoton steigend, wenn die Funktionswerte negativ sind, ist die Ableitung streng monoton fallend.

Ableitungen



Wenn ein Maximum oder Minimum vorliegt, dann liegt eine waagerechte Tangente vor.

Diese Aussage ist nicht umkehrbar!

Wenn x_e relative Extremstelle ist, dann ist: $f'(x_e)=0$.
Vorraussetzung: Funktion f an der Stelle x_e differenzierbar.

Aufgaben

3) Berechne die Hochpunkte und Tiefpunkte.

$a)\ f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x$

$b)\ f(x) = \frac{1}{6}x^3 - 2x$

$c)\ f(x) = x^4 - \frac{1}{2}x$

$e)\ f(x) = x + \frac{1}{x}$

$f)\ f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \sqrt{x}$

Lösungen:

3)

$a)\ f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x$

$f'(x) = -x^2 + 1$

$0 = -x^2 + 1$

$x^2 = 1$

$x1 = 1$

$x2 = -1$

$P_1(-1; \frac{4}{3}); P_2(1; -\frac{4}{3})$

$b)\ f(x) = \frac{1}{6}x^3 - 2x$

$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$

$0 = \frac{1}{2}x^2 - 2$

$x^2 = 4$

$x1 = 2$

$x2 = -2$

$P_1(-2; 2\frac{2}{3}); P_2(2; -2\frac{2}{3})$

$c)\; f(x) = x^4 - \frac{1}{2}x$

$f'(x) = 4x^3 - \frac{1}{2}$

$0 = 4x^3 - \frac{1}{2}$

$x^3 = \frac{1}{8}$

$x1 = \frac{1}{2}$

$P_1(\frac{1}{2}; -\frac{3}{16})$

$e)\; f(x) = x + \frac{1}{x}$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

$0 = 1 - \frac{1}{x^2}$

$x^2 = 1$

$x1 = 1$

$x2 = -1$

$P_1(1; 2); P_2(-1; -2)$

$f)\; f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \sqrt{x}$

$f'(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$0 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$x1 = 1$

$P_1(1; -\frac{3}{4})$