

Einsetzungsverfahren

Das **Einsetzungsverfahren** weicht im Prinzip nur ein wenig vom Gleichsetzungsverfahren ab. Schüler fragen sich jetzt bestimmt, warum noch ein Verfahren (das Additionsverfahren kommt ja auch noch)? Die Antwort gebe ich, nachdem ich alle Verfahren vorgestellt habe... Also noch ein wenig Geduld: Aber ich kann euch schon mal ein wenig verraten: Manchmal geht ein bestimmtes Verfahren halt viel viel schneller als ein anderes und weil man sich dann nicht so lange an der Aufgabe aufhalten muss, nimmt man ein schnelleres... Und außerdem: Mathematiker sind faule Leute... ☺

Also weiter...

(Nicht wundern... Die Gleichungen werden auch oft mit römisch I und römisch II bezeichnet... Ist nur eine Vereinfachung und Verallgemeinerung)

Aufgabe:

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) I $x=3y-2$ und II $4x-9y=1$

Lösung:

1. Schritt:

Einsetzen von x in I

Rechnung:

$$\begin{array}{r} 4(3y-2)-9y=1 \\ 12y-8-9y=1 \quad | +8 \\ 3y=9 \quad | :3 \\ y=3 \end{array}$$

2. Einsetzen von y in I

$$x=3 \cdot 3-2=9-2=7$$

3. Angabe der Lösungsmenge

$$L=\{7; 3\}$$

Wie ihr seht, wurde I nicht nach y aufgelöst, weil es schon nach x aufgelöst war... Und deshalb kann man x gleich in II einsetzen... Wie ihr seht: Es geht viel schneller, als wenn man es noch nach y auflösen sollte... ☺

Übungen zum Thema: Einsetzungsverfahren:

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) $2x+3y=18$ und $3x-2y=1$

1. Schritt:

Auflösen von I nach y

Rechnung:

$$\begin{aligned} 2x+3y &= 18 & | -2x \\ 3y &= -2x+18 & | :3 \\ y &= -\frac{2}{3}x+6 \end{aligned}$$

2. Einsetzen von y in II

$$\begin{aligned} 3x-2\left(-\frac{2}{3}x+6\right) &= 1 \\ 3x+\frac{4}{3}x-12 &= 1 & | +12 \\ 4\frac{1}{3}x &= 13 & | :4\frac{1}{3} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

3. Einsetzen von x in I

$$y = -\frac{2}{3} \cdot 3 + 6 = -2 + 6 = 4$$

4. Angabe der Lösungsmenge

$$L = \{3; 4\}$$

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) $0,8x+0,2y=6$ und $2x+0,5y=0,5$

1. Schritt:

Rechnung:

$$\begin{aligned} 0,8x+0,2y=0,6 & \quad | -0,8x \\ 0,2y=-0,8x+0,6 & \quad | :0,2 \\ y=-4x+3 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x+0,5y=0,5 & \quad | -2x \\ 0,5y=-2x+0,5 & \quad | :0,5 \\ y=-4x+1 & \end{aligned}$$

2. Gleichsetzen von I und II

$$\begin{aligned} -4x+3 &= -4x+1 & | +4x \\ 3 &= 1 \end{aligned}$$

3. Angabe der Lösungsmenge

$$L = \{ \}$$

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) $12x+8y=16$ und $1,5x+y=2$

1. Schritt:

Rechnung:

$$\begin{aligned} 12x+8y=16 & \quad | -12x \\ 8y=-12x+16 & \quad | :8 \\ y=-1 \frac{1}{2} x+2 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1,5x+y=2 & \quad | -1,5x \\ y=-1,5x+2 & \end{aligned}$$

2. Gleichsetzen von I und II

$$-1 \frac{1}{2} x+2 = -1,5x+2$$

3. Angabe der Lösungsmenge

$L = \{ x; y | y = -1 \frac{1}{2} x + 2 \quad x \in \mathbb{Q} \} \rightarrow$ (sieht schwer aus, bedeutet aber nur, dass die Lösungen in $y = -1 \frac{1}{2} x + 2$ stecken ;) D.h. man braucht nur einen x-Wert in die Gleichung einzusetzen und kann den y-Wert berechnen.)

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) $x+3y=20$ und $x-5y=12$

1. Schritt :

Auflösen von I nach y

Rechnung:

$$\begin{aligned} x+3y=20 & \quad | -x \\ 3y=-x+20 & \quad | :3 \\ y=-\frac{1}{3}x+6\frac{2}{3} \end{aligned}$$

2. Einsetzen von y in II

$$\begin{aligned} x-5\left(-\frac{1}{3}x+6\frac{2}{3}\right) &= 12 \\ x+\frac{5}{3}x-33\frac{1}{3} &= 12 \quad | +33\frac{1}{3} \\ 2\frac{2}{3}x &= 45\frac{1}{3} \quad | :2\frac{2}{3} \\ x &= \frac{136}{13} \cdot \frac{3}{5} \\ x &= 27\frac{1}{5} \end{aligned}$$

3. Einsetzen von x in I

$$y = -\frac{1}{3} \cdot 27\frac{1}{5} + 6\frac{2}{3} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{136}{5} + 6\frac{2}{3} = -\frac{136}{15} + \frac{20}{3} = -\frac{136}{15} + \frac{100}{15} = -\frac{36}{15} = -2\frac{2}{5}$$

4. Angabe der Lösungsmenge

$$L = \left\{ 27\frac{1}{5}; -2\frac{2}{5} \right\}$$

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) $5x+3y=21$ und $7x-8y=21$

1. Schritt:

Rechnung:

Auflösen von I nach y

$$\begin{aligned} 5x+3y=21 & \quad | -5x \\ 3y=-5x+21 & \quad | :3 \\ y=-1\frac{2}{3}x+7 & \end{aligned}$$

2. Einsetzen von y in II

$$\begin{aligned} 7x-8\left(-1\frac{2}{3}x+7\right) &= 21 \\ 7x+\frac{40}{3}x-56 &= 21 \quad | +56 \\ 20\frac{1}{3}x &= 77 \quad | :20\frac{1}{3} \\ x &= 77 \cdot \frac{3}{61} \\ x &= \frac{231}{61} \\ x &= 3\frac{48}{61} \end{aligned}$$

3. Einsetzen von x in I

$$-1\frac{2}{3} \cdot 3\frac{48}{61} + 7 = -\frac{5}{3} \cdot \frac{231}{61} + 7 = -\frac{385}{61} + 7 = -6\frac{19}{61} + 7 = \frac{42}{61}$$

4. Angabe der Lösungsmenge

$$L = \left\{ 3\frac{48}{61}; \frac{42}{61} \right\}$$

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) $3x+7y=60$ und $x+9y=40$

1. Schritt:

Rechnung:

Auflösen von I nach y

$$\begin{aligned}3x+7y=60 & \quad | -3x \\7y &= -3x+60 \quad | :7 \\y &= -\frac{3}{7}x + 8\frac{4}{7}\end{aligned}$$

2. Einsetzen von y in II

$$x+9\left(-\frac{3}{7}x+8\frac{4}{7}\right)=40$$

$$x-\frac{27}{7}x+\frac{540}{7}=40$$

$$77\frac{1}{7}+2\frac{6}{7}x=40 \quad | -77\frac{1}{7}$$

$$\frac{26}{7}x=-37\frac{1}{7} \quad | :2\frac{6}{7}$$

$$x=-\frac{260}{7} \cdot \frac{7}{20}$$

$$x=-13$$

3. Einsetzen von x in I

$$-\frac{3}{7} \cdot 13 + 8\frac{4}{7} = \frac{39}{7} + \frac{60}{7} = \frac{99}{7}$$

4. Angabe der Lösungsmenge

$$L=\left\{-13; \frac{99}{7}\right\}$$

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) $2x=1+3y$ und $7y=3x+6$

1. Schritt:

Rechnung:

Auflösen von II nach y

$$7y=3x+6 \quad |:7$$
$$y=\frac{3}{7}x+\frac{6}{7}$$

2. Einsetzen von y in I

$$2x=1+3\left(\frac{3}{7}x+\frac{6}{7}\right)$$

$$2x=1+\frac{9}{7}x+\frac{18}{7}$$

$$2x=3\frac{4}{7}+\frac{9}{7}x \quad |-\frac{9}{7}x$$

$$\frac{5}{7}x=3\frac{4}{7} \quad |:\frac{5}{7}$$

$$x=\frac{25}{7}\cdot\frac{7}{5}$$

$$x=5$$

3. Einsetzen von x in II

$$\frac{3}{7}\cdot 5+\frac{6}{7}=\frac{15}{7}+\frac{6}{7}=\frac{21}{7}=3$$

4. Angabe der Lösungsmenge

$$L=\{5; 3\}$$

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) $5x+y=40$ und $26-3x-y=0$

1. Schritt:

Rechnung:

Auflösen von I nach y

$$\begin{aligned} 5x+y &= 40 & | -5x \\ y &= -5x+40 \end{aligned}$$

2. Einsetzen von y in II

$$\begin{aligned} 26-3x-(-5x+40) &= 0 \\ 26-3x+5x-40 &= 0 & | +40 \\ 26x+2x &= 40 & | -26 \\ 2x &= 14 & | :2 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

3. Einsetzen von x in I

$$-5 \cdot 7 + 40 = -35 + 40 = 5$$

4. Angabe der Lösungsmenge

$$L = \{7; 5\}$$

Zusammenfassung des Einsetzungsverfahrens

1) Berechne den Schnittpunkt der beiden Gleichungen.

a) $5x+y=40$ und $26-3x-y=0$

1. Schritt:

Rechnung:

Auflösen von I nach y

$$\begin{aligned} 5x+y=40 & \quad | -5x \\ y & = -5x+40 \end{aligned}$$

2. Einsetzen von y in II

$$\begin{aligned} 26-3x-(-5x+40) & = 0 \\ 26-3x+5x-40 & = 0 & \quad | +40 \\ 26x+2x & = 40 & \quad | -26 \\ 2x & = 14 & \quad | :2 \\ x & = 7 \end{aligned}$$

3. Einsetzen von x in I

$$-5 \cdot 7 + 40 = -35 + 40 = 5$$

4. Angabe der Lösungsmenge

$$L = \{7; 5\}$$

1. Zuerst löst man die Gleichung I oder II nach x oder y auf, wenn es nicht schon geschehen ist.

2. Danach setzt man die aufgelöste Gleichung in I oder II ein

3. Am Schluss berechnet man den fehlenden x-Wert oder y-Wert.

4. Als viertes wird die Lösungsmenge angegeben.