

Aufgaben zur Tangentensteigung

1) In welchem Punkt hat die Steigung die Tangente an den Graphen der Funktion $f(x)=x^3$ die Steigung 12?

2) Bestimme die Steigung der Tangente an den Graphen der Funktion f in dem angegebenen Punkt. Gib auch die Gleichung der Tangente in der Form $y=mx+b$ an.

a) $f(x)=2x^3$; $P(2; y)$

3) Der Graph der Funktion f mit $f(x)=ax^2+bx+c$ schneidet die 1. Achse an der Stelle -3 und die 2. Achse bei $y=-2$. An der Stelle 4 hat die Tangente an den Graphen der Funktion die Steigung 1. Wie lautet die Funktion?

4) Begründe, dass für $b^2 > 3ac$ es zwei relative Extremstellen bei $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ gibt.

Lösungen:

1)

$$f(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3x^2; f'(x) = m$$

$$m = 12$$

$$12 = 3x^2$$

$$x = \pm 2$$

$$P(2; 8); P(-2; -8)$$

2)

$$a) f(x) = 2x^3; P(2;16)$$

$$f'(x) = 6x^2 = m = 24$$

$$m = 24; P(2;16)$$

$$y = mx + b$$

$$16 = 48 + b \quad | -48$$

$$b = -32$$

$$c) f(x) = x^3 + x; P(-1; -2)$$

$$f'(x) = 3x^2 + 1 = m = 4$$

$$m = 4; P(-1; -2)$$

$$y = mx + b$$

$$-2 = -4 + b \quad | +4$$

$$b = 2$$

$$y = 4x + 2$$

3)

a)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$0 = 9a - 3b + c$$

$$-2 = c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$1 = 8a + b$$

$$2 = 9a - 3b$$

$$c = -2$$

$$1 = 8a + b$$

$$b = 1 - 8a$$

$$2 = 9a - 3(1 - 8a) = 9a - 3 + 24a = 33a - 3 \quad | +3$$

$$5 = 33a$$

$$a = \frac{5}{33}$$

$$b = -\frac{7}{33}$$

$$c = -2$$

4)

a)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Not.Bedingung :

$$f'(x) = 0$$

$$0 = 3ax^2 + 2bx + c \quad | : 3a$$

$$0 = x^2 + \frac{2b}{3a}x + \frac{c}{3a}$$

$$x_{1,2} = -\frac{b}{3a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{9a^2} - \frac{c}{3a}}$$

$$\frac{b^2}{9a^2} - \frac{c}{3a} > 0 \quad | + \frac{c}{3a}$$

$$\frac{b^2}{9a^2} > \frac{c}{3a} \quad | \cdot 9a^2$$

$$b^2 > 3ac$$