

Matrix:

1) Bestimme eine Funktion drittes Grades, für die gilt:
Die Nullstellen liegen bei $x=-3$ und $x=0$. Ein Tiefpunkt ist $T(3; -6)$.

Gleichung dritten Grades allgemein:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Aufstellen der Beziehungen:

1. $f(0) = 0$

2. $f(-3) = 0$

3. $f(3) = -6$

4. $f'(3) = 0$

Ableitungen:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Gleichungssystem:

1) $f(0) = d = 0$

2) $f(-3) = -27a + 9b - 3c + 0 = 0$

3) $f(3) = 27a + 9b + 3c + 0 = -6$

4) $f'(3) = 27a + 6b + c = 0$

Gauss - Algorithmus:

$$\begin{array}{l} \text{I.} \\ \text{II.} \\ \text{III.} \end{array} \begin{array}{ccc|c} a & b & c & \\ -27 & 9 & -3 & 0 \\ 27 & 9 & 3 & -6 \\ 27 & 6 & 1 & 0 \end{array} \begin{array}{l} \\ \text{II} + \text{I} \\ \text{III} + \text{I} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{IV.} \\ \text{V.} \\ \text{VI.} \end{array} \begin{array}{ccc|c} -27 & 9 & -3 & 0 \\ 0 & 18 & 0 & -6 \\ 0 & 15 & -2 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{V:} \\ \text{VI:} \end{array} \begin{array}{l} 18b = -6 \\ b = -\frac{1}{3} \end{array} \quad \begin{array}{l} -15(-\frac{1}{3}) - 2c = 0 \\ c = -\frac{5}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{IV:} \\ -27a + 9(-\frac{1}{3}) - 3(-\frac{5}{2}) = 0 \\ -27a = -\frac{9}{2} \\ a = +\frac{1}{6} \end{array}$$

Gleichung:

$$f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{2}x$$

Probe:

$$1) f(0) = 0 \checkmark$$

$$2) f(-3) = -\frac{27}{6} - \frac{9}{3} + \frac{15}{2} \\ = -\frac{27}{6} - \frac{18}{6} + \frac{45}{6} = 0 \checkmark$$

$$3) f(3) = \frac{27}{6} - \frac{18}{6} - \frac{45}{6} = -\frac{36}{6} = -6 \checkmark$$

$$4) f'(x=3) = \frac{9}{2} - \frac{6}{3} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} - \frac{6}{3} = 0 \checkmark$$