Allgemeine quadratische Funktion

$f(x)=$	ax^2	$+$	bx	$+$	c
	quadratisches Glied		lineares Glied		konstantes Glied

Für die Koeffizienten a, b, c gilt: a, b, c, $\in \mathbb{R}$ {0}

Allgemeine quadratische Scheitelpunktsform

$f(x)=a(x-d)^2+e$ mit S (d; e)

Aufgabe:

Bestimme f1(x) und f2(x).

1) S (1; 4), P (3; 0)
2) S (-1; -5), P (3; 11)

Lösung:

1)

$f(x)=a(x-1)^2+4$
$0=a(3-1)^2+4$
$0=a\bullet 4+4 \quad |-4$
$-4=4a \quad |:4$
$a=-1$

$f(x)=-(x-1)^2+4$

2)

$f(x)=a(x+1)^2-5$
$11=a(3+1)^2-5$
$11=4a-5 \quad |+5$
$16=16 \quad |:16$
$a=1$

$f(x)=(x+1)^2-5$

<u>Vorgehensweise:</u>

1. Zuerst setzt man den Scheitelpunkt in $f(x)=a(x-d)^2+e$ ein, bei dem S (d; e) ist.

$\mathbf{f(x)=a(x-1)^2+4}$

2. Dann setzt man den Punkt P ein.

$\mathbf{0=a(3-1)^2+4}$

3. Nun rechnet man es mit Umformungen aus.

$$
\begin{aligned}
f(x)&=a(x-1)^2+4 \\
0&=a(3-1)^2+4 \\
0&=a\bullet 4+4 \quad &|-4 \\
-4&=4a \quad &|:4 \\
a&=-1
\end{aligned}
$$

$\mathbf{f(x)=-(x-1)^2+4}$

So schnell kann man die Funktionsvorschrift aus einem Punkt und dem Scheitelpunkt berechnen… ☺

<u>Aufgaben / Lösungen:</u>

1) Bestimme den Scheitelpunkt S.

a)

$f(x)=2x^2-20x+45$
$=2(x^2-10x+22{,}5)$
$=2((x-5)^2-2{,}5)$
$=2(x-5)^2-5$

S (5; -5)

x=5

b)

$$f(x)=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-2$$
$$=-\frac{2}{3}(x^2+2x+3)$$
$$=-\frac{2}{3}((x+1)^2+2)$$
$$=-\frac{2}{3}(x+1)^2-\frac{4}{3}$$

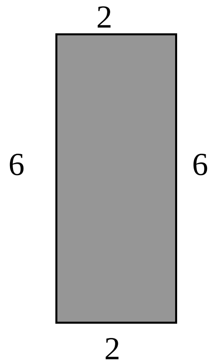
$S\ (-1;\ -\frac{4}{3})$

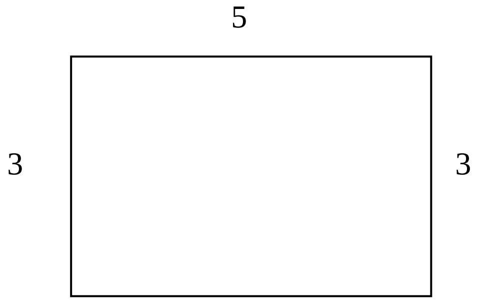
x=-1

<u>Aufgaben / Lösungen:</u>

1) Zeichne Rechtecke, bei denen gilt:

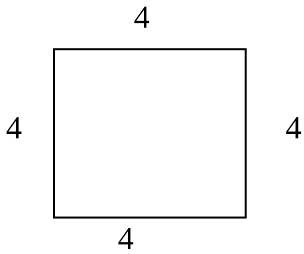
U=16 cm   A=12 cm^2





A=12 cm²

5   A=15 cm^2



A=16 cm^2

Nur bei dem grauen gilt es!

<u>Beweis:</u>

$A=a \bullet b \quad U=2a+2b$

$A=a(8-a)$
$A=a^2+8a$

$U=2a+2b \quad |-2a$
$U-2a=2b \quad |:2$
$\frac{1}{2} U-a=b$
$b=8-a$

$A=-a^2+8a$
$A=-1(a^2-8a)$
$A=-1((a-4)^2-16)$
$A=-1(a-4)^2+16$

S (4; 16)

a=4

Vorgehensweise:

1. Der Flächeninhalt A des Rechtecks.

2. $A=a \bullet b$ (a, b sind die Seitenlängen des Rechtecks)

3. $2a+2b=16$

4. $b=8-a$

5. $A=a(8-a)$
$A=-a^2+8a$

6. $a \rightarrow -a^2+8a$ oder $x \rightarrow -x^2+8a$ (x=a)
Die Funktion ordnet jeder Seitenlänge a bzw. x den Flächeninhalt des Rechtecks zu.

7. Der Graph ist eine nach unten geöffnete Parabel. Die 2. Koordinate des Scheitels ist deshalb der größte Funktionswert.

$A=-a^2+8a$
$A=-1(a^2-8a)$
$A=-1((a-4)^2-16)$
$A=-1(a-4)^2+16$

S (4; 16)

a=4