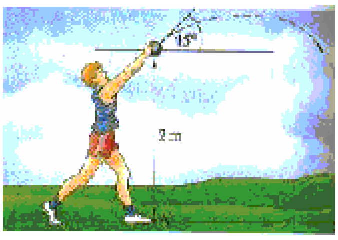
Nullstellen

Ihr fragt euch mit Sicherheit, was eine Nullstelle überhaupt ist oder?
Ganz einfach: Eine Nullstelle ist eine Stelle bei einem Koordinatensystem, wo der Graph die x-Achse schneidet, also y=0 ist. Weiterhin erfahrt ihr hier mehr...

<u>*Aufgaben:*</u>

$f(x)=ax^2+2bx+c$



Klaus: $f(x)=-0{,}04x^2+0{,}756x+1{,}7$

Hubert: $f(x)=-0{,}05x^2+0{,}786x+1{,}7$

Hilde: $f(x)=-0{,}045x^2+0{,}756x+1{,}72$

<u>Idee:</u>

Bestimmung der Weite durch Setzen von y=0

<u>Klaus:</u> Setze $f(x)=y=0$

$0=-0{,}04x^2+0{,}756x+1{,}7$ Quadratische Ergänzung
$0=-0{,}04(x^2-18{,}9x-42{,}5)$
$0=-0{,}04((x-9{,}45)^2-131{,}8025$
$0=-0{,}04(x-9{,}45)^2+5{,}2721 \quad |-5{,}2721$
$-5{,}2721=-0{,}04(x-9{,}45)^2 \quad |:(-0{,}04)$
$131{,}8025=(x-9{,}45)^2 \quad |$
$x=20{,}93052699$
$x=-2{,}03$

Hubert:

$0=-0,05x^2+0,786x+1,7$
$0=-0,05(x^2-15,72x-34)$
$0=-0,05((x-7,86)^2-95,776$
$0=-0,05(x-7,86)^2+752,827656 \quad |-752,827656$
$-752,827656=-0,05(x-7,86)^2$
$x=130,5651471$

Hilde:

$0=-0,045x^2+0,756x+1,72$
$0=-0,045(x^2-16,8x-38,2)$
$0=-0,045((x-8,4)^2-108,782$
$0=-0,045(x-8,4)^2+4,8952 \quad |-4,8592$
$-4,8592=-0,045(x-8,4)^2$
$x=18,82$

Vorgehensweise:

1. Zuerst setzen man f(x)=y=0, weil alle Punkte die x-Achse schneiden und somit keinen y-Wert haben.

$\mathbf{0=-0,04x^2+0,756x+1,7}$

2. Dann führt man eine quadratische Ergänzung durch.

$\mathbf{0=-0,04x^2+0,756x+1,7}$ **Quadratische Ergänzung**
$\mathbf{0=-0,04(x^2-18,9x-42,5)}$
$\mathbf{0=-0,04((x-9,45)^2-131,8025}$
$\mathbf{0=-0,04(x-9,45)^2+5,2721}$

3. Dann löst man es mit Umformungen auf.

$\mathbf{0=-0,04x^2+0,756x+1,7}$ **Quadratische Ergänzung**
$\mathbf{0=-0,04(x^2-18,9x-42,5)}$
$\mathbf{0=-0,04((x-9,45)^2-131,8025}$
$\mathbf{0=-0,04(x-9,45)^2+5,2721 \quad |-5,2721}$
$\mathbf{-5,2721=-0,04(x-9,45)^2 \quad |:(-0,04)}$
$\mathbf{131,8025=(x-9,45)^2 \quad |}$
$\mathbf{x=20,93052699}$
$\mathbf{x=-2,03}$

Definition

Definition:

Die Schnittpunkte eines Funktionsgraph f(x) mit der x-Achse (y=0) nennt man
Nullstellen der Funktion f.
Bestimmung der Nullstellen einer quadratischen Funktion der Form $f(x)=x^2+px+q$

1. Setze f(x)=0.

$0=x^2+px+q$ | "Quadratische Ergänzung"

$\triangleq$

2. Quadratische Ergänzung.

$0=(x+\frac{p}{2})^2-(\frac{p}{2})^2+q \quad |+(\frac{p}{2})^2 ; -q$

$x^2+px=(x+\frac{p}{2})^2-(\frac{p}{2})^2$

3. $+(\frac{p}{2})^2 ; -q$

$(\frac{p}{2})^2-q=(x+\frac{p}{2})^2 \quad |$

4. Wurzel ziehen.

$+/- \sqrt{(\frac{p}{2})^2-q} = x+\frac{p}{2} \quad |-\frac{p}{2}$

5. $-\frac{p}{2}$

$+/- \sqrt{(\frac{p}{2})^2-q} -\frac{p}{2} = x_{1,2}$

$x_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q}$ und x $=-\frac{p}{2}-\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q}$

<u>Zusammenfassung:</u>

Die quadratische Funktion $x^2+px+q=0$ hat die Lösung

$x_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q}$ und $x =-\frac{p}{2}-\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q}$

Dies ist die sogenannte „P, q-Formel“ .