Bestimmung der Nullstellen einer quadratischen Funktion der Form $f(x)=ax^2+px+q$

Bestimmung der Nullstellen einer quadratischen Funktion der Form $f(x)=ax^2+px+q$

1. Setze f(x)=0.
$0=ax^2+px+q$ | „Quadratische Ergänzung“
2. Dividieren durch a. Quadratische Ergänzung. Umformen in die allgemeine quadratische Scheitelpunktsform.

1. Setze f(x)=0.

$0=x^2+px+q$ | "Quadratische Ergänzung"

$\triangleq$

2. Quadratische Ergänzung.

$0=(x+\frac{p}{2})^2-(\frac{p}{2})^2+q$ $|+(\frac{p}{2})^2$; -q

$x^2+px=(x+\frac{p}{2})^2-(\frac{p}{2})^2$

3. $+(\frac{p}{2})^2$; -q

$(\frac{p}{2})^2-q=(x+p/2)^2$ |

4. Wurzel ziehen.

$+/- \sqrt{(\frac{p}{2})^2-q} = x+\frac{p}{2}$ $|-\frac{p}{2}$

5. $-\frac{p}{2}$

$+/- \sqrt{(\frac{p}{2})^2-q} -\frac{p}{2}=x_{1,2}$

$x_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q}$ und $x=-\frac{p}{2}-\sqrt{(\frac{p}{2})^2-q}$

Beispiel::

Bestimme die Nullstellen von $f(x)=x^2+6x+5$.

1. Möglichkeit:

$0=x^2+6x+5$
$0=(x+3)^2-4 \quad |+4$
$4=(x+3)^2 \quad |$
$2=x+3 \quad |-3$
$x_1=-1$
$x_2=-5$

Vorgehensweise:

1. Zuerst setzt man y=0.

2. Danach formt man es in die Scheitelpunktsform um.

3. Nun löst man nach x auf. Dabei wendet man die p, q-Formel an.

<u>2. Möglichkeit:</u>

x1, 2=-3+/-$\sqrt{9-5}$

x1=-3+2=-1

x2=-3-2=-5

<u>Vorgehensweise:</u>

1. Man setzt p=6 und q=5 in die Formel ein.

x1, 2=-3+/-$\sqrt{9-5}$

x1=-3+2=-1

x2=-3-2=-5

$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$ und $x = -\frac{p}{2} - \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$

<u>Aufgaben:</u>

1) Bestimme die Nullstellen von

1) $f(x)=x^2-2x-1$
2) $f(x)=x^2+x-0,75$
3) $f(x)=x^2-6x+5$

<u>Lösung:</u>

1) $f(x)=x^2-2x-1$

p=-2; q=-1

$$x_1=- -\frac{2}{2}+\sqrt{(-\frac{2}{2})^2-(-1)}=1+\sqrt{2}$$
$$x_2=- -\frac{2}{2}-\sqrt{(-\frac{2}{2})^2-(-1)}=1-\sqrt{2}$$

2) $f(x)=x^2+x-0,75$

p=1; q=-0,75

$$x_1=-\frac{1}{2}+\sqrt{(\frac{1}{2})^2+0,75}=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$$
$$x_1=-\frac{1}{2}-\sqrt{(\frac{1}{2})^2+0,75}=-\frac{1}{2}-1=-1\frac{1}{2}$$

3) $f(x)=x^2-6x+5$

p=-6; q=5

$$x_1=- -\frac{6}{2}+\sqrt{(-\frac{6}{2})^2-5}=3+2=5$$
$$x_2=- -\frac{6}{2}-\sqrt{(-\frac{6}{2})^2-5}=3-2=1$$

<u>*Aufgaben:*</u>

1) Bestimme die Nullstellen von

1. $f(x)=x^2+3x+4$
2. $f(x)=x^2+2x+1$
3. $f(x)=x^2-4x+5$

<u>***Lösung:***</u>

1. $f(x)=x^2+3x+4$

$0=x^2+3x+4$

$x_1=-1,5+\sqrt{1,5^2-(-4)}=-1,5+2,5=1$

$x_2=-1,5-2,5=-4$

2. $f(x)=x^2+2x+1$

$0=x^2+2x+1$

$x_1=-\frac{2}{2}+\sqrt{(\frac{2}{2})^2-1}=-1+0=-1$

$x2=-1-0=-1$

3. $f(x)=x^2-4x+5$

$0=x^2-4x+5$

$- -2+\sqrt{(-2)^2-5}=2+\sqrt{-1}$

$\sqrt{-1}$ nicht möglich! Deshalb keine Nullstellen.

Die Parabel schneidet die x-Achse nicht. S (2; 1)