

Symmetrie und Monotonie

1. Symmetrie

1.1 Symmetrie von $f(x)=x^n$ mit n gerade

Der Graph der Funktion $f(x)=x^n$ mit n gerade ist immer achsensymmetrisch zur y-Achse.

1.2 Symmetrie von $f(x)=x^n$ mit n ungerade

Der Graph der Funktion $f(x)=x^n$ mit n ungerade ist immer punktsymmetrisch zum Ursprung.

1.3 Symmetrie von $f(x)=x^n+c$ mit n gerade

Der Graph der Funktion $f(x)=x^n+c$ mit n gerade hat den Scheitelpunkt S (0; c).

Er ist immer achsensymmetrisch zur y-Achse. Der Graph wird nur entsprechend dem c bei der y-Achse verschoben.

1.4 Symmetrie von $f(x)=x^n+c$ mit n ungerade

Der Graph der Funktion $f(x)=x^n+c$ mit n ungerade hat den Punktspiegelungspunkt P (0; c).

Er ist immer punktsymmetrisch zum Punkt P (0; c) zur y-Achse. Der Graph wird nur entsprechend dem c bei der y-Achse verschoben.

1.5 Symmetrie von $f(x)=(x+d)^n$ mit n gerade

Der Graph der Funktion $f(x)=(x+d)^n$ mit n gerade wird entsprechend dem d nach links oder rechts auf der x-Achse verschoben.

Bei positivem d nach links,
bei negativem d nach rechts.

1.6 Symmetrie von $f(x)=(x+d)^n$ mit n ungerade

Der Graph der Funktion $f(x)=(x+d)^n$ mit n gerade wird entsprechend dem d nach links oder rechts auf der x-Achse verschoben.

Bei positivem d nach links,
bei negativem d nach rechts.

2. Monotonie

1.7 Monotonie von $f(x)=x^n$ mit n gerade

Der Graph der Funktion $f(x)=x^n$ mit n gerade ist links vom Scheitelpunkt immer fallend und rechts vom Scheitelpunkt immer steigend. Für $x<0$ immer steigend. Für $x>0$ immer fallend.

1.8 Monotonie von $f(x)=x^n$ mit n ungerade

Der Graph der Funktion $f(x)=x^n$ mit n ungerade ist immer steigend.

1.9 Monotonie von $f(x)=x^n+c$ mit n gerade

Der Graph der Funktion $f(x)=x^n+c$ mit n ist links vom Scheitelpunkt immer fallend und rechts vom Scheitelpunkt immer steigend. Für $x<0$ immer steigend. Für $x>0$ immer fallend.

1.10 Monotonie von $f(x)=x^n+c$ mit n ungerade

Der Graph der Funktion $f(x)=x^n+c$ mit n ungerade ist immer steigend

1.11 Monotonie von $f(x)=(x+d)^n$ mit n gerade

Der Graph der Funktion $f(x)=(x+d)^n$ mit n gerade ist links vom Scheitelpunkt immer fallend und rechts vom Scheitelpunkt immer steigend. Für $x<0$ immer steigend. Für $x>0$ immer fallend.

1.12 Monotonie von $f(x)=(x+d)^n$ mit n ungerade

Der Graph der Funktion $f(x)=(x+d)^n$ mit n ungerade ist immer steigend.

Beispiele:

1. Beschreibe die Symmetrie der Graphen und die Monotonie von f .

a) $f(x)=x^6+6$ b) $f(x)=x^3-7$ c) $f(x)=2x^{28}$

d) $f(x)=(x+11)^{11}$ e) $f(x)=(x-9)^{34}+7$ f) $f(x)=-2(x^{15}-3)+7$

g) $f(x)=-9x^{26}$ h) $f(x)=-4(x-11)^{12}+7$ i) $f(x)=-2(x-5)^{17}+3$

2. Zu welcher Geraden sind die Graphen von f symmetrisch? Begründe deine Antwort.

a) $f(x)=x^7+5$ b) $f(x)=-7x^3$ c) $f(x)=11x^{22}$

d) $f(x)=(x+12)^{11}$ e) $f(x)=(x-15)^{33}+19$ f) $f(x)=8(x^{17}-5)+2$

Lösungen:

1.

a) P (1; 0,5)

$$f(x)=?x^3$$

$$0,5=?1^3 \quad |:1$$

$$0,5=a$$

$$f(x)=0,5x^3$$

b)

$$f(x)=ax^4+b$$

Bestimmung von a:

P (1; 2,8)

$$f(x)=ax^4+b$$

Es ist schon mal ein negatives a.

$$2,8=a*1^4 \quad |:1$$

$$a=2,8$$

$$f(x)=2,8x^4+3$$

c)

a) P (1; 0,5)

$$f(x)=?x^3$$

$$0,5=?1^3 \quad |:1$$

$$0,5=a$$

$$f(x)=0,5x^3$$

2..

- a) Der Graph ist achsensymmetrisch zur y-Achse,.
- b) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Scheitelpunkt.
- c) Der Graph ist achsensymmetrisch zur y-Achse.
- d) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Scheitelpunkt.
- e) Der Graph ist achsensymmetrisch zur Scheitelpunktsgereaden.
- f) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Scheitelpunkt.
- g) Der Graph ist achsensymmetrisch zur y-Achse.
- h) Der Graph ist achsensymmetrisch zur Scheitelpunktsgereaden.
- i) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Scheitelpunkt.

3..

- a) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Scheitelpunkt.
- b) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung.
- c) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Scheitelpunkt.
- d) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Scheitelpunkt.
- e) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Scheitelpunkt.
- f) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Scheitelpunkt.