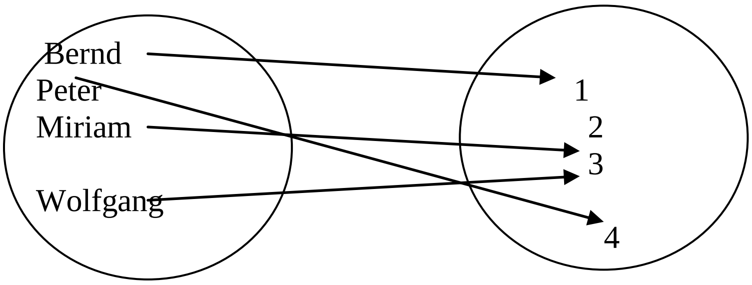
Umkehrfunktion

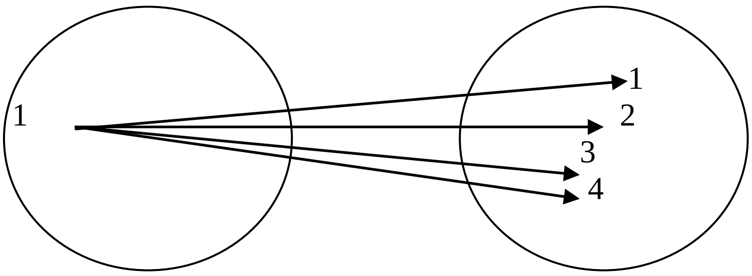
Ergebnis der Mathematikarbeit
Der Lehrer liest vor: Hans und Lotte haben eine 3, Lisa und Rolf eine 1, Charlotte, Benno und Karin eine 2, Fritz eine 4.
Stelle diese Zuordnung in Form eines Pfeildiagramms dar.

Schüler → Noten in der Mathematikarbeit



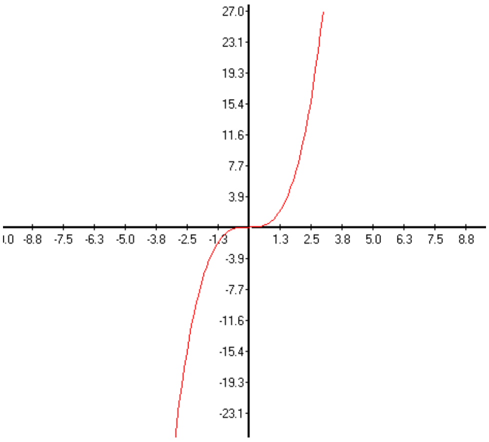
<u>Funktion, weil jedem Element der Definitionsmenge genau ein Element der Wertemenge zugeordnet ist.</u>

Gib nun in Form eines Pfeildiagramms an, welcher Note des Zeugnisses welche Note in der Mathematikarbeit zugeordnet ist.



Keine Funktion

1. Stelle eine Wertetabelle auf und danach stelle die Wertetabelle für die Umkehrfunktion auf.



x	$x^3=y$
1,8	6
1,6	5
1,5	4
1,3	3
1,1	2
1	1

$x^3=y$	x
6	1,8
5	1,6
4	1,5
3	1,3
2	1,1
1	1

Bestimmung von Umkehrfunktionen :

1. Stelle die Funktionsvorschrift auf.

$\mathbf{f(x)=x^n}$

2. Danach stellt man die Funktionsvorschrift auf.

$\mathbf{y=x^n}$

3. Nun tauscht man x und y.

$\mathbf{x=y^n}$

4. Danach löst man nach y auf.

$\mathbf{x=y^n}$ $\quad {}^{n}\sqrt{}$
$\mathbf{y=x^{1/n}}$

Umkehrfunktionen

	f	f'
Definitionsmenge	D	W
Wertemenge	W	D

Die Definitionsmenge und die Wertemenge werden bei der Umkehrfunktion vertauscht.

x	$x^3=y$
1,8	6
1,6	5
1,5	4
1,3	3
1,1	2
1	1

$x^3=y$	x
6	1,8
5	1,6
4	1,5
3	1,3
2	1,1
1	1

Liegt eine Umkehrfunktion vor, kann man ihren Graphen graphisch durch Spiegelung an der Winkelhalbierenden y=x des Graphen des Ursprungsgraphen ermitteln.

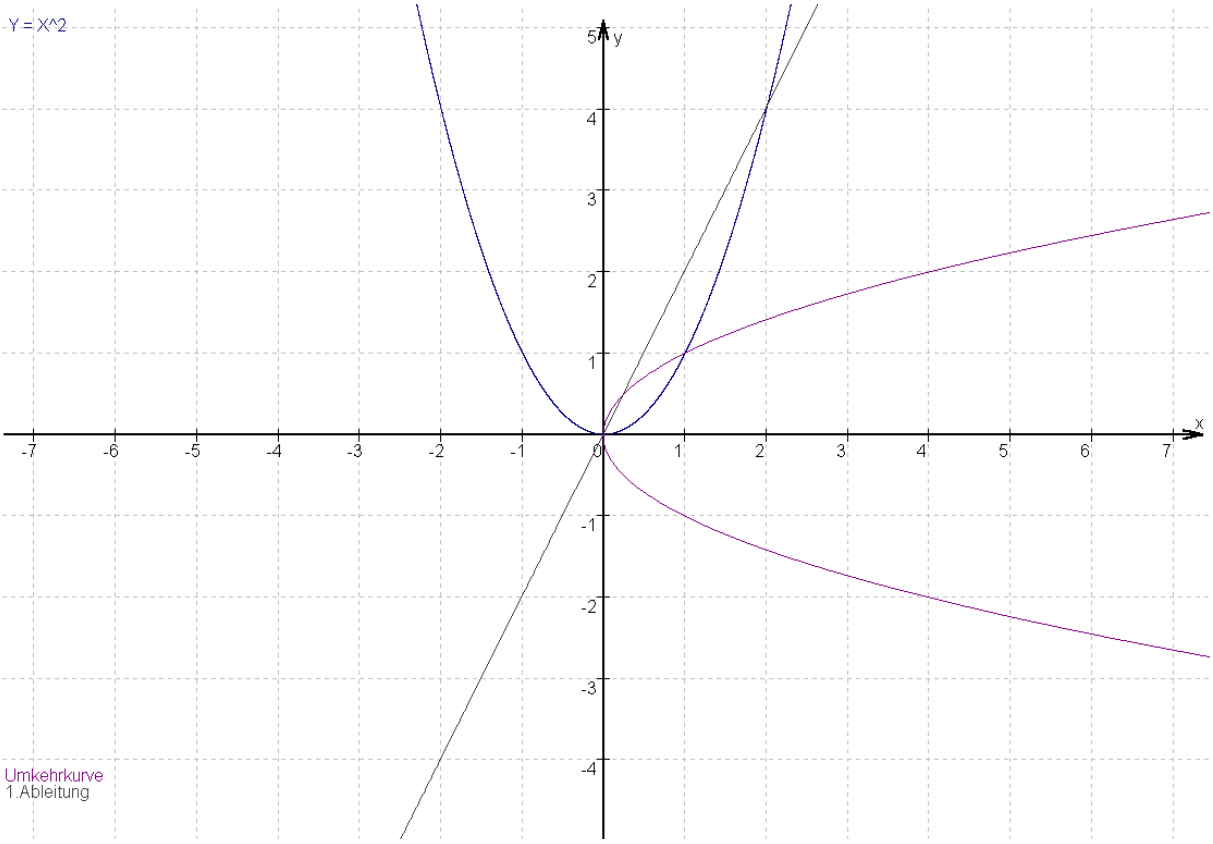
Bestimmung des Graphen von Umkehrfunktionen

<u>Vorgehensweise:</u>

1. Zuerst hat man zu einer Funktion einen Graphen.

2. Danach zeichnet man die Winkelhalbierenden y=x.

3. Nun spiegelt man den Graphen und erhält den Graphen zur Umkehrfunktion.



Bestimmung des Graphen von Umkehrfunktionen

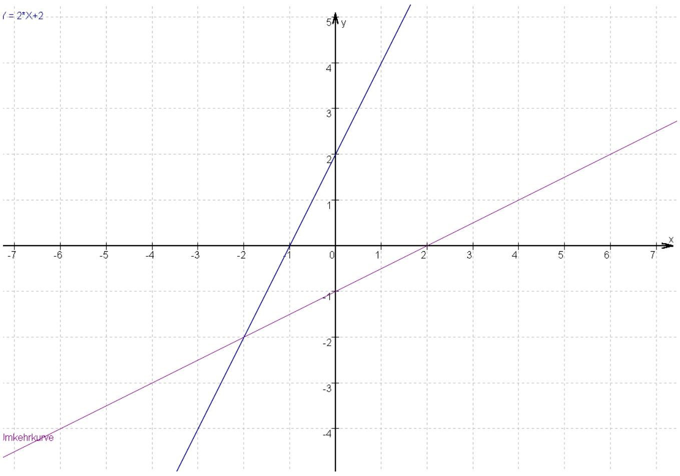
1. Ermittle graphisch die Umkehrfunktionen zu.

a) $f(x)=2x+2$
b) $f(x)=x^2$
c) $f(x)=1/x+2$

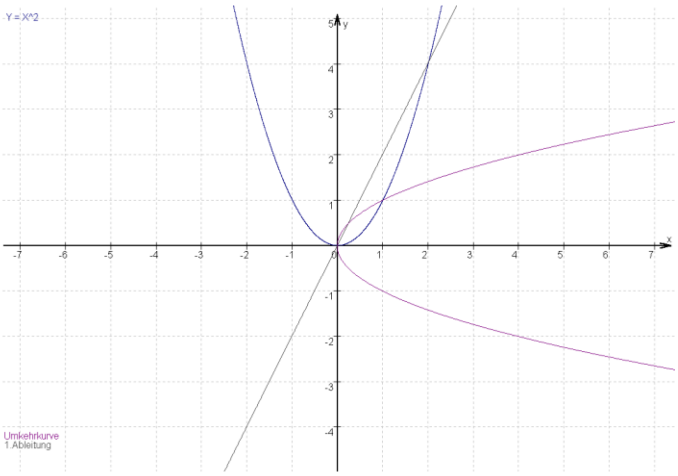
<u>Lösungen:</u>

1.

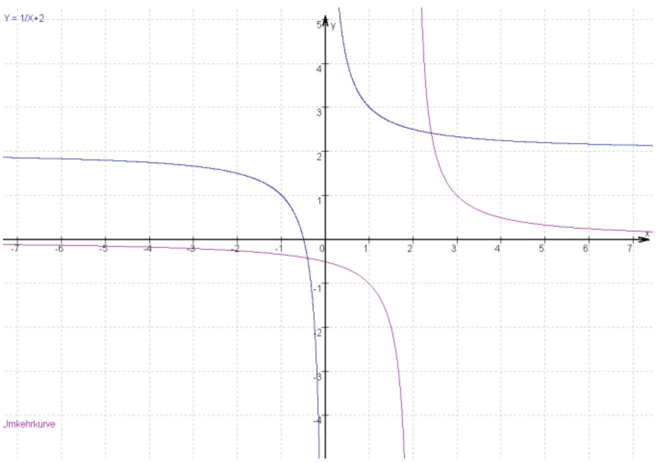
a)



b)



c)



Umkehrfunktionen

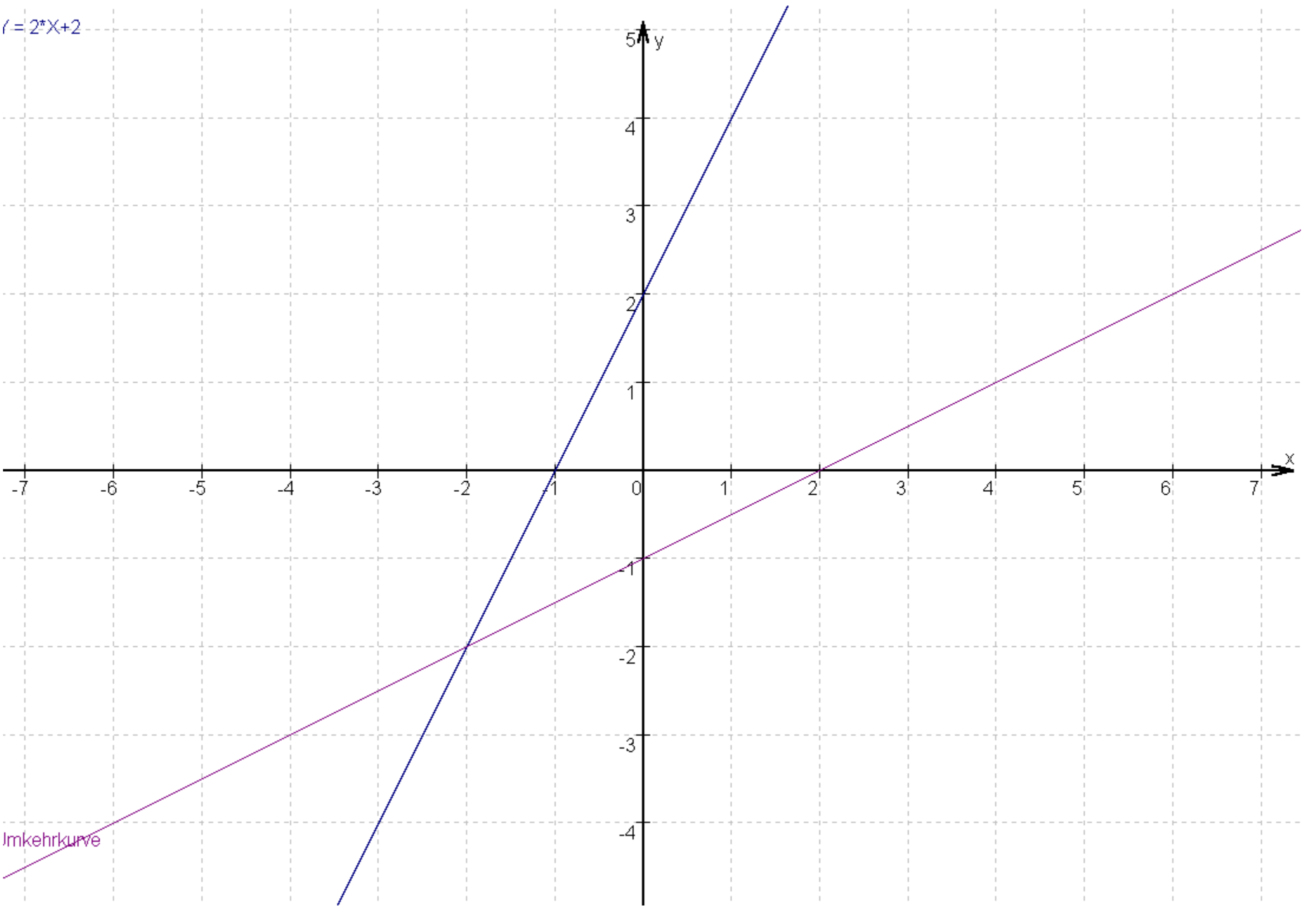
1. Ermittle graphisch die Umkehrfunktionen zu.

a) $f(x)=2x+2$
b) $f(x)=x^2$
c) $f(x)=1/x+2$

<u>Lösungen:</u>

1.

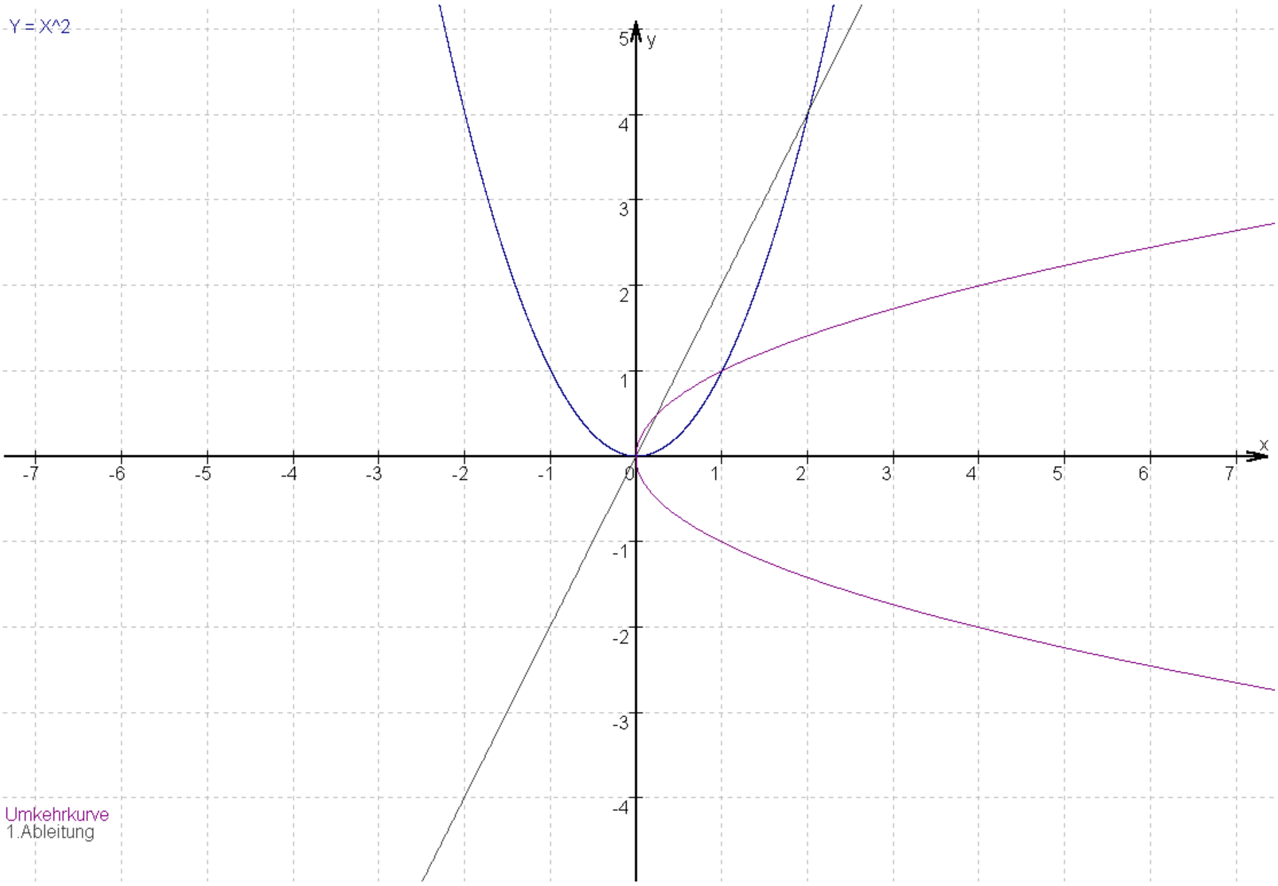
a)



x	y
-2	-2
-1	0
0	2
1	4
2	6

$\bar{x}$	$\bar{y}$
-2	-2
0	-1
2	0
4	1
6	2

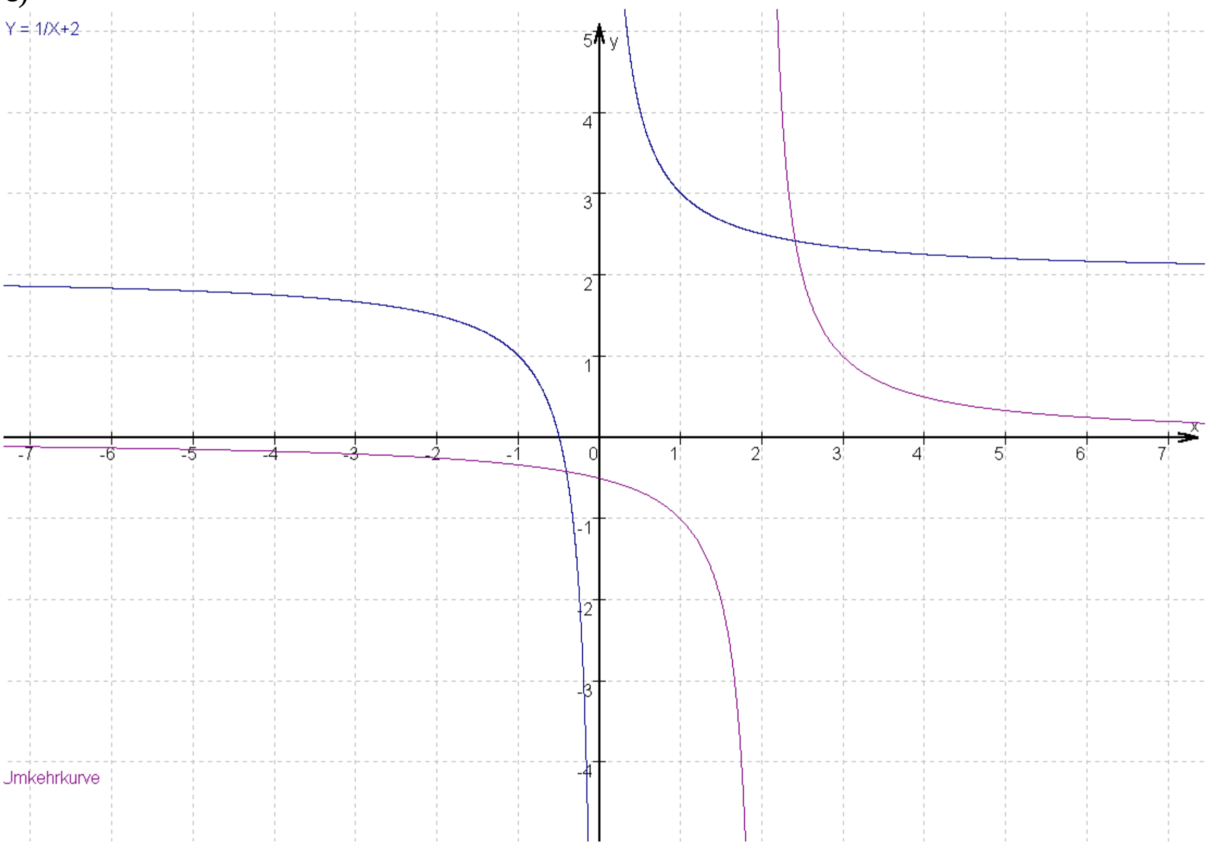
b)



x	y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

$\bar{x}$	$\bar{y}$
4	-2
1	-1
0	0
1	1
4	2

c)



x	y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

$\bar{x}$	$\bar{y}$
4	-2
1	-1
0	0
1	1
4	2

Die Definitionsmenge und die Wertemenge wurden vertauscht.

x und y wurden vertauscht.

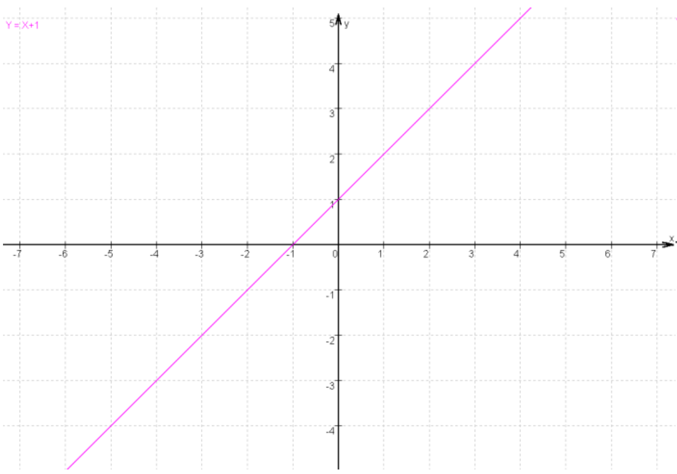
Bestimmung von Funktionen und Zuordnungen:

1. Wann ist die Umkehrfunktion eine Funktion und wann ist sie eine Zuordnung?

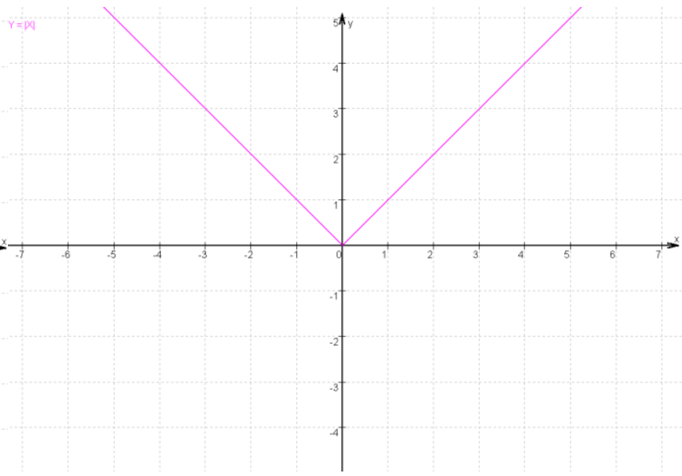
a) Ist der Graph einer Funktion f im gesamten Definitionsbereich streng monoton steigend (streng monoton fallend), dann ist die Umkehrzuordnung eine Funktion.

b) Wird der Graph einer Funktion von allen Parallelen zur x-Achse genau einmal geschnitten, dann ist die Umkehrzuordnung eine Funktion.

a)



b)



Rechnerische Bestimmung von Umkehrfunktionen:

<u>Vorgehensweise:</u>

1. Zuerst stellt man die Funktionsvorschrift auf.

$y=3x+6$

2. Danach vertauscht man x und y.

$y=3x+6$
$x=3y+6$

3. Nun löst man nach y auf.

$x=3y+6 \quad |-6$
$x-6=3y \quad | :(-3)$

$$y=\frac{x-6}{3}=\frac{x}{3}-2$$

Aufgaben zu Umkehrfunktionen

1. Bestimme rechnerisch und graphisch oder zeichnerisch die Umkehrfunktionen.

a) y=3x+6
b) y= ¼ x-1
c) y=1/x

a)

y=3x+6
x=3y+6 |-6
x-6=-3y | :3
y=x-6/3

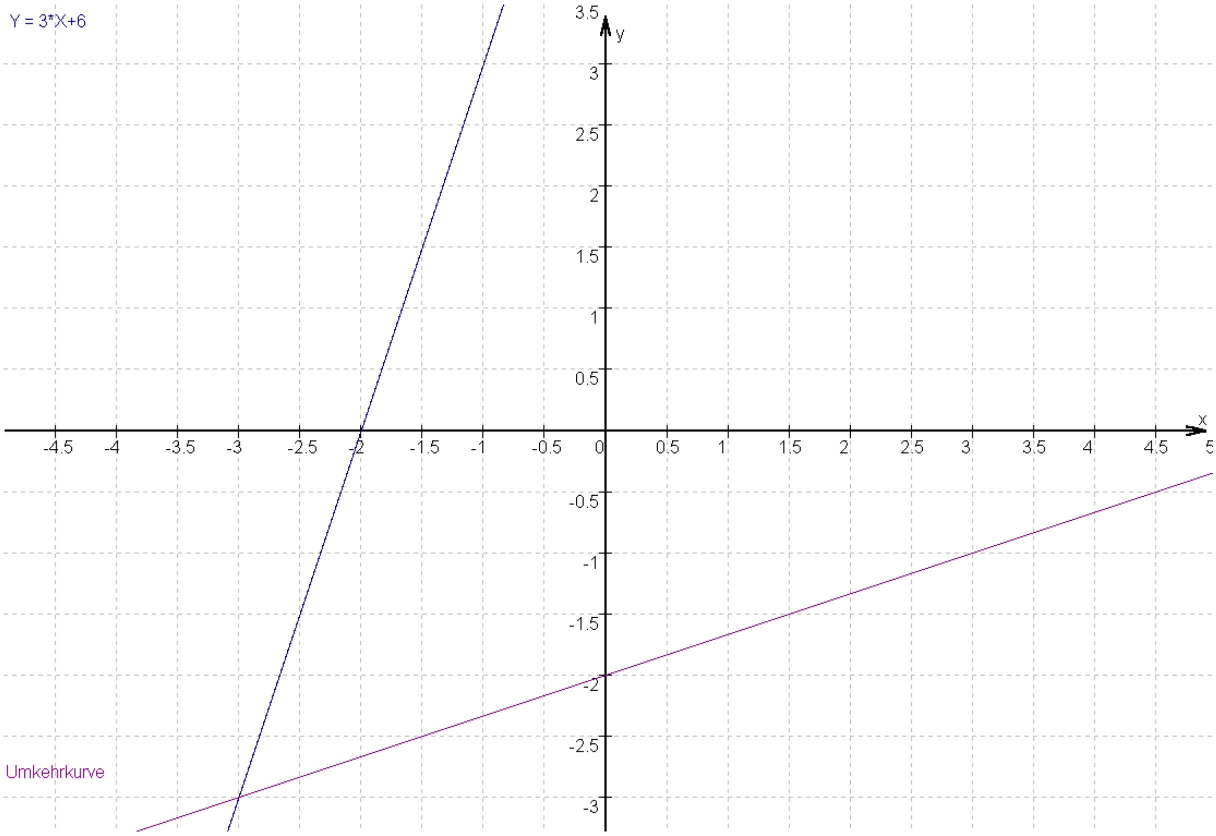
b)

y= ¼ x-1
x= ¼ y-1 |+1
x+1= ¼ y |*4
4x+4=y
y=4x+4

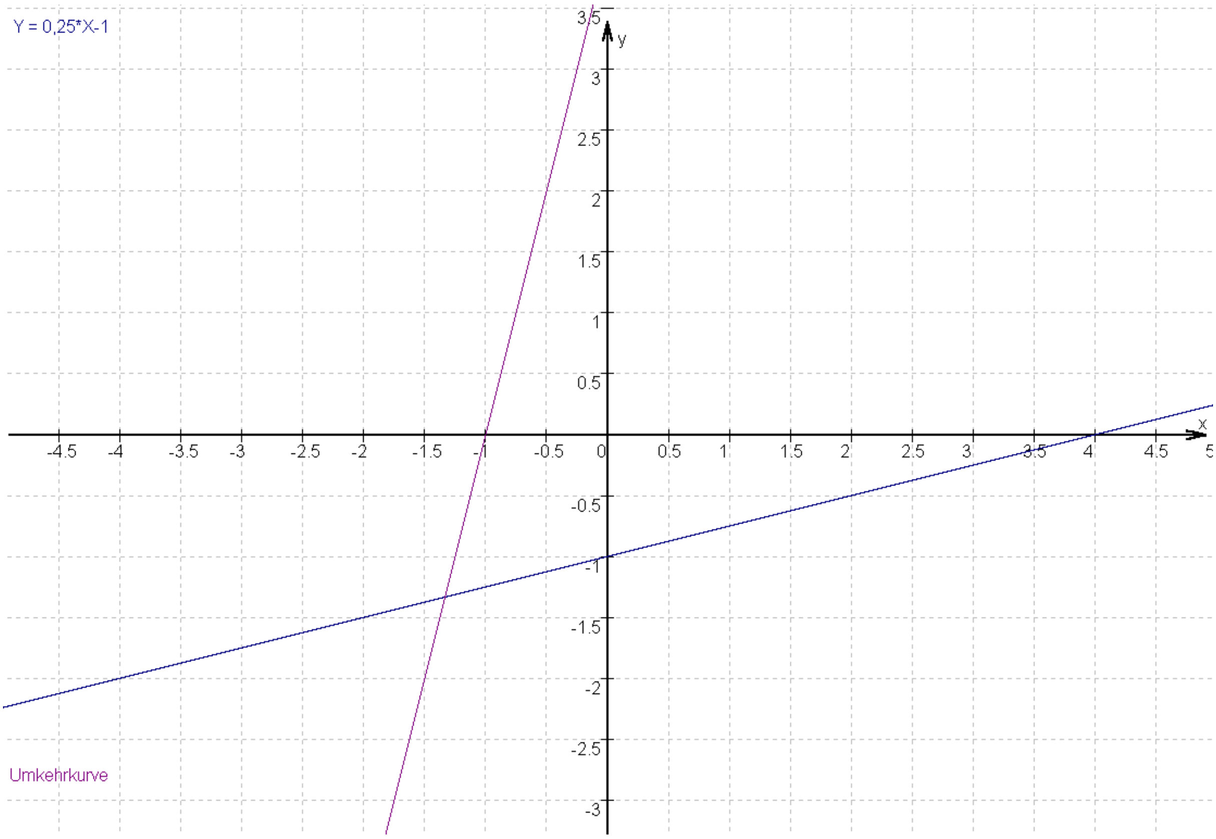
c)

y=1/x
x=1/y |*y
xy=1 | :x
y=1/x

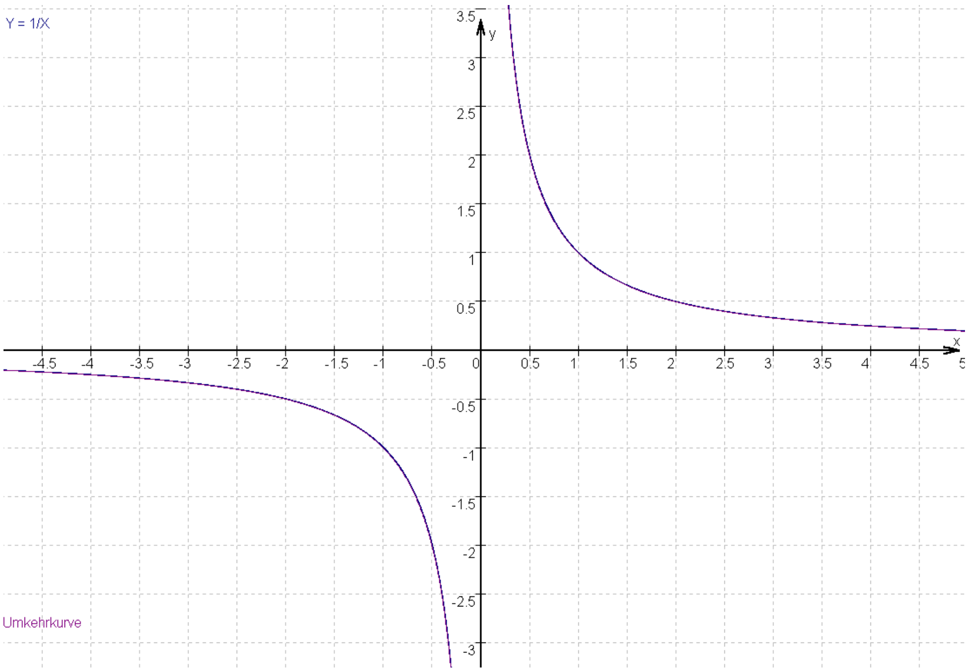
a)


Y = 3*X+6
Umkehrkurve
x
y
-4.5
-4
-3.5
-3
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3

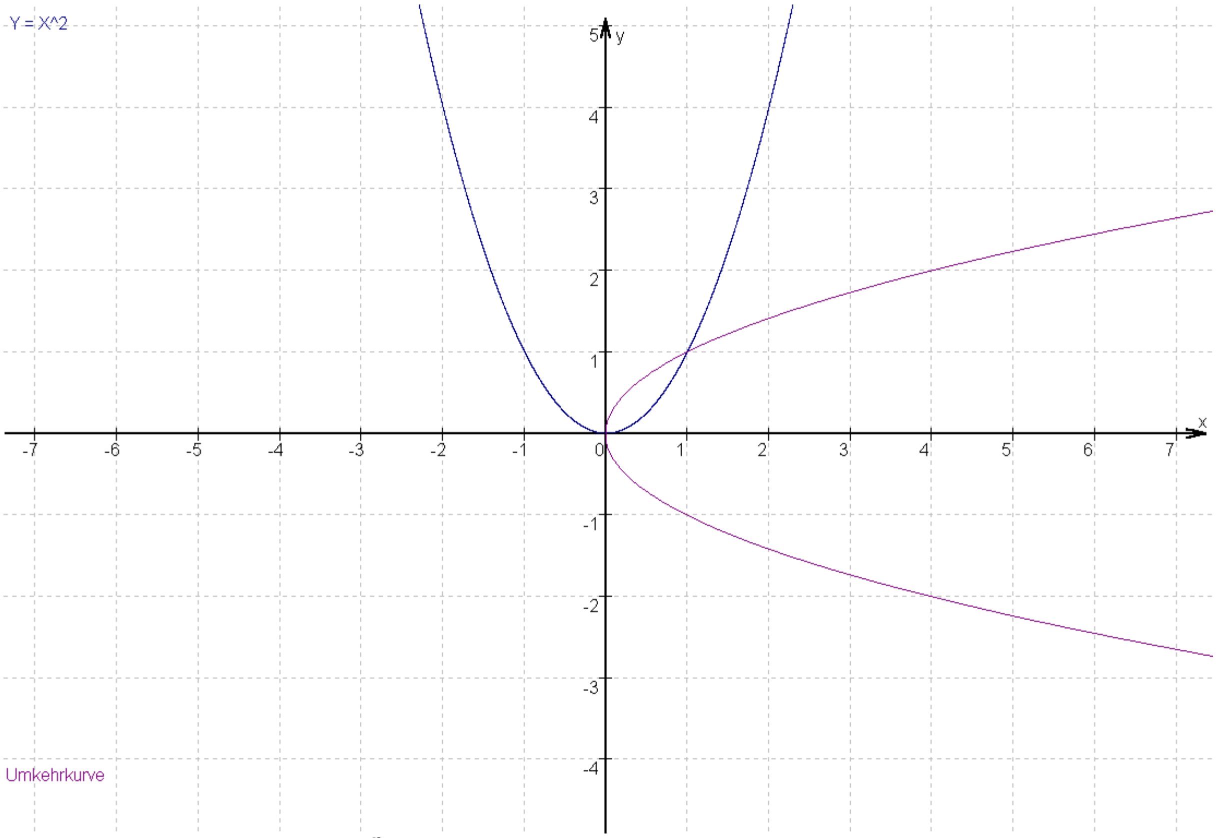
b)



c)



Umkehrfunktionen



Bei Potenzfunktionen $f(x)=x^n$ mit $n=2m+1$ gibt es eine Umkehrfunktion mit der Wertemenge R.
Bei Potenzfunktionen $f(x)=x^n$ mit $n=2m$ gibt es keine Umkehrfunktion mit der Definitionsmenge R.

Man grenzt die Definitionsmenge D auf R+ ein.

Eine Potenzfunktion mit n ϵ N und D=R+ ist umkehrbar. Ihre Funktion lautet $f(x)=x^{1/n}$ oder $f(x)=\sqrt[n]{x}$ mit D=R+.