Aufbau des Zahlensystems

Wie ihr sicherlich schon wisst, gibt es in der Mathematik sehr viele Zahlenmengen.
Diese Mengen geben an, mit was man rechnen darf.
Da es einigen schwer fällt, diese zu verstehen, versuche ich nun ihm folgenden Kapitel, euch es einfach und verständlich nahe zu bringen.

Die natürlichen Zahlen (Menge der natürlichen Zahlen):

In der Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ ist es möglich, uneingeschränkt zu addieren und zu multiplizieren. Die Subtraktion und die Division enthalten in dieser Menge einige Einschränkungen.
Beispiel:

$\mathbb{N}=\{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

Die ganzen Zahlen (Menge der ganzen Zahlen):

In der Menge der ganzen Zahlen ist es möglich uneingeschränkt zu addieren, subtrahieren und zu multiplizieren. Nur bei der Division gibt es wieder Einschränkungen.

Beispiel:

$\mathbb{Z}=\{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

Die rationalen Zahlen (Menge der rationalen Zahlen):

Da die Menge durch weitere Zahlen erweitert wurde, kann man uneingeschränkt addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren. Nur die Division durch Null ist verboten!

Beispiel:

$\mathbb{Q}=\{p/q|p \in \mathbb{Z}; q \in \mathbb{N} / \{0\}\}$ ← Allgemein ausgedrückt.

Jede rationale Zahl kann als periodischer Dezimalbruch und als abbrechender Dezimalbruch dargestellt werden.

Wenn man das ganze auf einer Zahlengeraden betrachten würde, könnte man jeder rationalen Zahl einen Punkt zuordnen, aber nicht jedem Punkt eine rationale Zahl. ☺

Die reellen Zahlen (Menge der reellen Zahlen):

Die Menge $\mathbb{R}$ kann man als Menge der Dezimalzahlen beschreiben, weil jede Zahl enthalten ist.
- Ist die Dezimaldarstellung einer Zahl periodisch oder abbrechend, so handelt es sich um eine rationale Zahl.
- Ist die Dezimaldarstellung einer Zahl nicht-periodisch und nicht-abbrechend, so handelt es sich um eine irrationale Zahl

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$