Potenzen:

Wachstum von Bakterien:

Eine Bakterienart verdoppelt alle 20 Minuten ihre Anzahl. Wie viel Bakterien sind nach 12 Stunden vorhanden?

Behauptung:

Nach 12 h sind 2^{36} Bakterien vorhanden

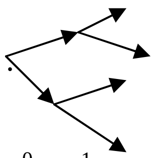
Wie kommt man darauf?

Wertetabelle:

min	Anzahl
0	$1=2^0$
20	$2=2^1$
40	$4=2^2$
60	$8=2^3$
80	$16=2^4$
100	$32=2^5$
120	$64=2^6$
12h= 720 min	$\mathbf{2^{36}}$

...

Graphische Darstellung:



....

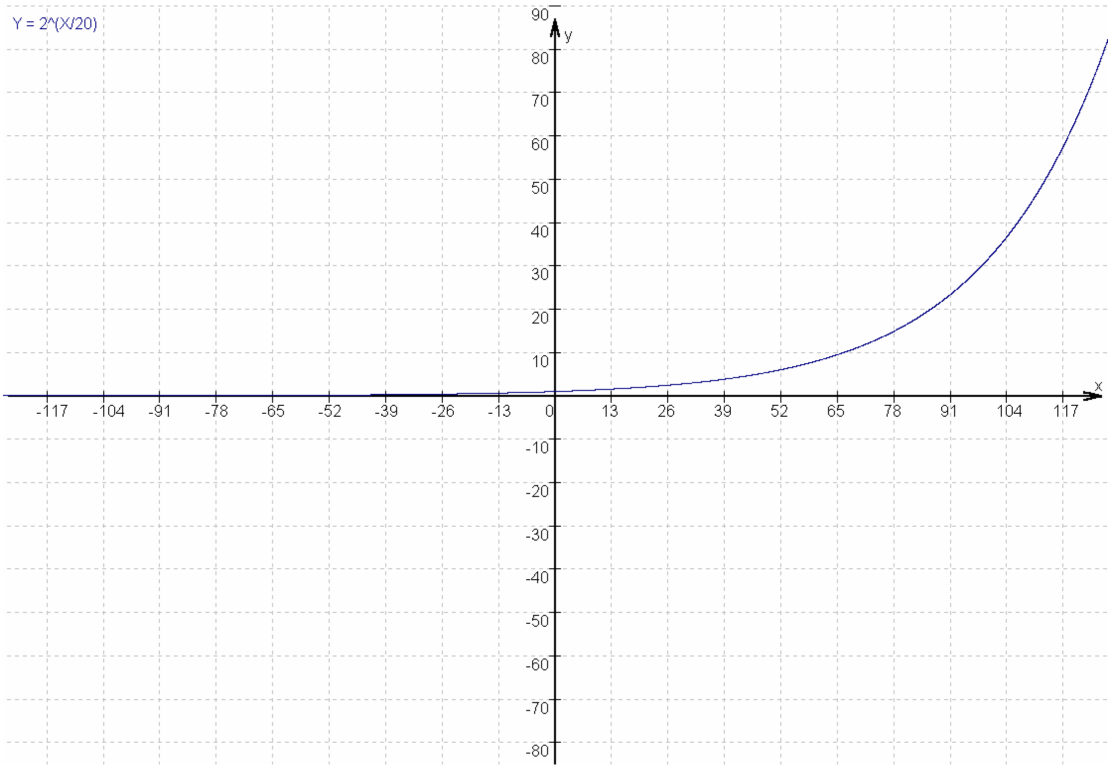
2^0 2^1 ... Dies ist ein sogenannter „Funktionsbaum“. An ihm kann man den Sachverhalt sehr gut darstellen und sich das Ganze, wenn es unklar ist, begreifbar machen.

Funktionsvorschrift:

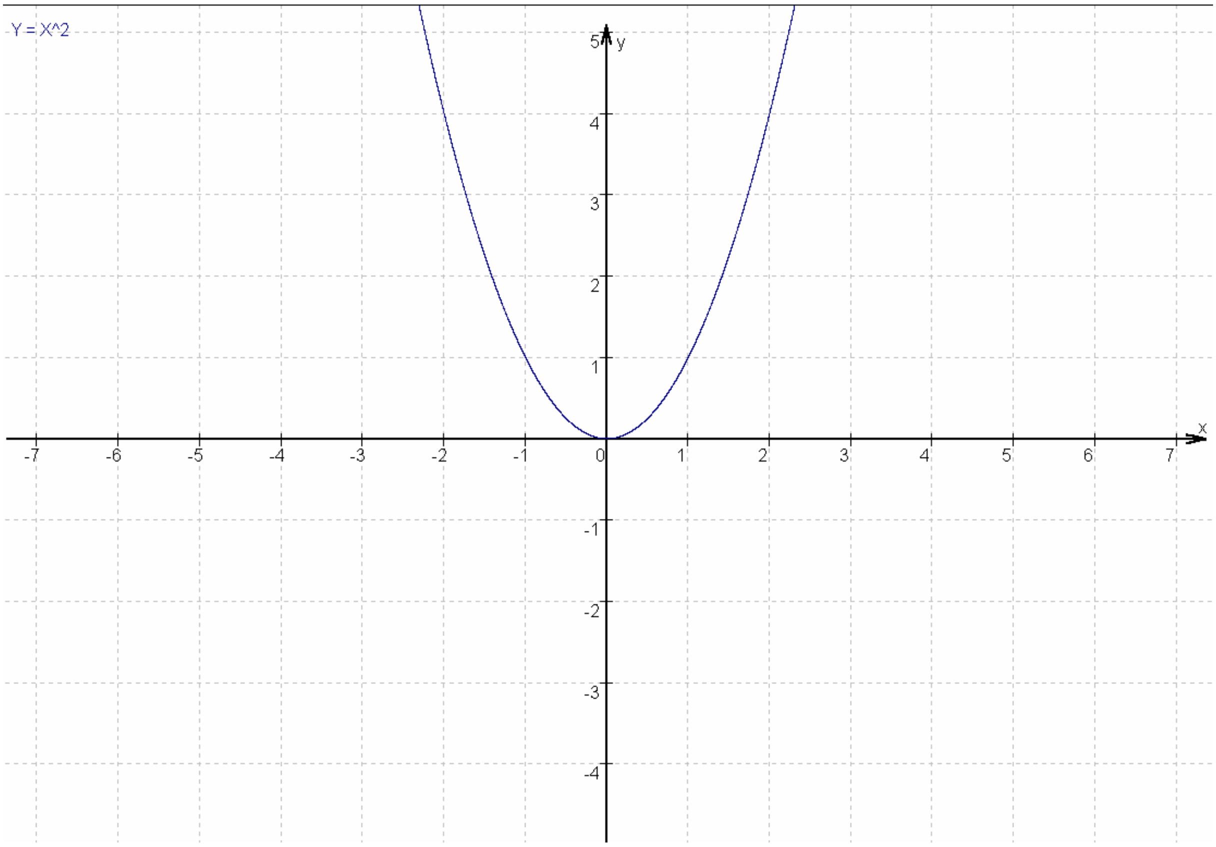
2^{36}

$f(x)=2^{x/20}$

Koordinatensystem der Funktion $f(x)=2^{x/20}$:



Koordinatensystem der Funktion $f(x)=x^2$:



Unterschiede:

1. Ein Graph fängt bei 0 an, der andere bei 1.

2. Bei $f(x)=2^{x/20}$ ist die Variable x im Exponenten.
Bei $f(x)=x^2$ ist die Variable x in der Basis.

Potenzen:

a^b Exponent

Basis

Aufgaben:

Potenzen (1)

a) ohne Rechnen

1) Schreibe als Potenz

3125, 10000, $\frac{1}{125}$, $\frac{169}{121}$, *0,49, 0,001, 0,09*

2) Schreibe als Potenz

1000000, 10 Milliarden, 1 Billion

Lösungen:

1.

$3125=5^5$
$10000=10^4$
$\frac{1}{125}=\frac{1}{5^3}=5^{-3}$
$\frac{169}{121}=\frac{13^2}{11^2}=(1\frac{2}{11})^2$
$0,49=0,7^2$
$0,001=(\frac{1}{10})^3=10^{-3}$
$0,09=0,3^2$

2.

a) $100000=10^6$
b) 10 Milliarden$=10^{10}$
c) 1 Billion$=10^{12}$

Aufgaben zu Potenzen:

Potenzen (1)

a) ohne Rechnen

1) Schreibe als Potenz

625, 1000, $\frac{1}{125}$, $\frac{169}{121}$ *, 0,49, 0,001, 0,09*

2) Schreibe als Potenz

100000, 10 Milliarden, 1 Billion

3) Ordne in einer Kette der Größe nach.

a) $2{,}3^3$; $2{,}3^5$; $2{,}3^7$

b) $1{,}11^5$; $1{,}11^7$; $1{,}11^1$

c) $0{,}5^8$; $0{,}5^2$; $0{,}5^5$; $0{,}5^1$

Lösungen:

1.

$625=5^4$
$1000=10^3$
$\frac{1}{125}=\frac{1}{5^3}=5^{-3}$
$\frac{169}{121}=\frac{13^2}{11^2}=(1\frac{2}{11})^2$
$0{,}49=0{,}7^2$
$0{,}001=(\frac{1}{10})^3=10^{-3}$
$0{,}09=0{,}3^2$

2.

a) $100000=10^5$
b) 10 Milliarden$=10^{10}$
c) 1 Billion$=10^{12}$

3.

a) $2{,}3^3 < 2{,}3^5 < 2{,}3^7$

b) $1{,}11^1 < 1{,}11^5 < 1{,}11^7$

c) $0{,}5^8 < 0{,}5^5 < 0{,}5^2 < 0{,}5^1$

Regeln für Potenzen mit $b \in \mathbb{N}$:

1) $a>1 \rightarrow$ Je größer b desto größer a^b

2) $0<a<1 \rightarrow$ Je größer b desto kleiner a^b

3)

- $a<0$ und b ungerade $\rightarrow a^b<0$
- $a<0$ und b gerade $\rightarrow a^b>0$

<u>Aufgaben:</u>

1. Welche Potenz steckt dahinter?

a) Hekto b) Kilo c) Mega d) Giga e) Tera

2. Gerücht.
Anja erfährt ein Gerücht, diese sagt es in einer Stunde 3 anderen, die erzählen es in einer Stunde wieder 3 anderen. Wie viele Leute wissen es nach 12 Stunden?

a) Erstelle einen Baum

b) Stelle eine Wertetabelle auf

c) Stelle eine Funktion auf

3. Welches der Zeichen <, >, = ist einzusetzen, damit wahre Aussagen entstehen?

Wenn	dann
p<q und a=1	a^p _____ a^q
p<q und c=0	c^p _____ c^q
p<q und x>1	x^p _____ x^q
p<q und 0<c<1	c^p _____ c^q
p gerade und -1<a<0	a^p _____ a^{2q}
p ungerade und -1<a<0	a^p _____ a^{2q}
p gerade und a<-1	a^p _____ a^{2q}
p ungerade und a<-1	a^p _____ a^{2q}

Lösungen:

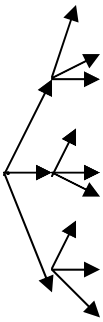
1.

a) Hekto (h) 10^2
b) Kilo (k) 10^3
c) Mega (M) 10^6
d) Giga (G) 10^9
e) Tera (T) 10^{12}

2.

a)

Baum:



... und so weiter...

b)

Wertetabelle:

h	Anzahl
0	$1=3^0$
1	$3=3^1$
2	$9=3^2$
3	$27=3^3$
4	$81=3^4$
5	$243=3^5$
6	$729=3^6$
7	$2187=3^7$
12	$531441=3^{12}$

c)

Funktionsvorschrift:

$f(x)=3^x$

<u>Beispiel:</u>

x=1 $f(1)=3^1$

Nach 6 Stunden erfahren das Gerücht $3^6=729$ Leute+1.
Nach 12 Stunden erfahren das Gerücht $3^{12}=531441$ Leute+1.
Nach 6 Stunden kennen das Gerücht $1093=3^6+3^5+3^4+3^3+3^2+3^1+3^0$ Leute
Nach 12 Stunde kennen das Gerücht $3^{12}+3^{11}+3^{10}+3^9+3^8+3^7 3^6+3^5+3^4+3^3+3^2+3^1+3^0$ Leute.

3.

Wenn	dann
1) p<q und a=1	$a^p = a^q$
2) p<q und c=0	$c^p = c^q$
3) p<q und x>1	$x^p < x^q$
4) p<q und 0<c<1	$c^p > c^q$
5) p gerade und -1<a<0	$a^p < a^{2q}$
6) p ungerade und -1<a<0	$a^p < a^{2q}$
7) p gerade und a<-1	$a^p < a^{2q}$
8) p ungerade und a<-1	$a^p < a^{2q}$

<u>Begründungen:</u>

1) a=1, das heißt egal welcher Exponent ($1^4=1$, $1^7=1$) a bleibt 1, so $a^p=a^q$
2) c=0, das heißt egal welcher Exponent ($0^4=0$, $0^7=0$) c bleibt 0, sp $c^p=c^q$
3) x>1, das heißt natürliche positive Zahl, da p<q ist, muss x^q größer als x^p sein (weil p<q), so $x^p<x^q$
4) 0<c<1, deshalb ist c z.B. 0,3. Da p<q ist bei c^p der Exponent kleiner, aber die Potenz größer, so $c^p=c^q$
5) Da a eine negative Zahl (aber kleiner –1 sein muss), kann es z.B. –2 sein, Weil man den Exponenten noch mal mit 2 multipliziert, muss es größer sein, so $a^p<a^{2p}$
6) Da a eine negative Zahl (aber kleiner –1) sein muss, kann es z.B. –2 sein. Weil p ungerade ist und beim anderen der Exponent (durch 2x) gerade ist, kommt eine positive Zahl heraus und ist somit größer, so $a^p<a^{2p}$
7) Basis kleiner –1 z.B. –2, durch 2x Exponent größer, so $a^p<a^{2p}$
8) Basis kleiner –1 z.B. –2. Durch 2x Exponent bei einem positiv. Deshalb positive Zahl, so $a^p<a^{2p}$