

# Regeln für das Rechnen mit Potenzen:

## 1. Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Beispiele:

$$8^3 \cdot 8^5 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^8$$

$$2^6 \cdot 2^3 = 2^{6+3} = 2^9$$

$$(\sqrt{3})^3 \cdot (\sqrt{3})^7 = (\sqrt{3})^{10} = 3^5$$

Aufgaben:

1) Ordne der Größe nach.

a)  $2^3$ ;  $(-2)^3$ ;  $2^5$ ;  $(\frac{1}{2})^3$ ;  $(-\frac{1}{2})^3$ ;  $(-2)^5$ ;  $(-2)^6$

b)  $3^2$ ;  $(-3)^2$ ;  $(-3)^4$ ;  $(-3)^3$ ;  $(-3)^1$ ;  $3^3$ ;  $3^1$

c)  $0,5^4$ ;  $0,5^6$ ;  $(-0,5)^2$ ;  $(-0,5)^3$ ;  $(-0,5)^4$ ;  $0,5^1$ ;  $0,5^3$

d)  $(\frac{1}{3})^2$ ;  $(\frac{1}{3})^1$ ;  $(-\frac{1}{3})^3$ ;  $(\frac{1}{3})^5$ ;  $(-\frac{1}{3})^5$ ;  $(\frac{1}{3})^4$ ;  $(-\frac{1}{3})^1$

2) Vereinfache, indem du als eine Potenz schreibst.

a)  $(\frac{3}{4})^7 \cdot (\frac{3}{4})^9$  b)  $0,5^3 \cdot 0,5^5$  c)  $(-3)^3 \cdot (-3)^4$  d)  $(-6)^6 \cdot (-6)^7$

e)  $(-0,5)^4 \cdot (-0,5)$  f)  $(1,6) \cdot (1,6)^7 \cdot (1,6)^5$  g)  $\sqrt{7^3} \cdot \sqrt{7^5}$  h)  $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6^3}$

3) Vereinfache.

a)  $a^5 \cdot a^7$  b)  $a^x \cdot a^n$  c)  $a \cdot a^m$  d)  $a^n \cdot a^n$

e)  $a^{n-1} \cdot a^4$  f)  $a^{n-1} \cdot a^{n+1}$  g)  $x^{n-1} \cdot x^{3n-2}$  h)  $x \cdot x^{n-1}$

i)  $y \cdot y^{5n-2}$  k)  $y^3 \cdot y^4 \cdot y^{2m}$  l)  $z^n \cdot z^m \cdot z^p$  m)  $z^3 \cdot z^4 \cdot z^3$

n)  $x^{3m} \cdot x^{4m} \cdot x^{5m} \cdot x^{m-1}$  o)  $x^{2k} \cdot x^{-2k+1} \cdot x^3$

**Lösungen:**

1)

a)  $(-2)^5 = -32$ ;  $(-2)^3 = -8$ ;  $(-\frac{1}{2})^3 = -1/8$ ;  $(\frac{1}{2})^3 = 1/8$ ;  $2^3 = 8$ ;  $2^5 = 32$ ;  $(-2)^6 = 64$

b)  $(-3)^3 = -27$ ;  $(-3)^1 = -3$ ;  $3^1 = 3$ ;  $3^2 = 9$ ;  $(-3)^2 = 9$ ;  $3^3 = 27$ ;  $(-3)^4 = 81$ ;

c)  $(-0,5)^3 = -1/8$ ;  $0,5^6 = 1/64$ ;  $0,5^4 = 1/16$ ;  $(-0,5)^4 = 1/16$ ;  $0,5^1 = 0,5$ ;  $0,5^3 = 1/8$ ;  $(-0,5)^2 = 1/4$

d)  $(-1/3)^3 = -1/27$ ;  $(-1/3)^5 = -1/243$ ;  $(1/3)^5 = 1/243$ ;  $(1/3)^4 = 1/81$ ;  $(1/3)^2 = 1/9$ ;  $(1/3)^1 = 1/3$ ;  
 $(-1/3)^1 = -1/3$

2)

a)  $(\frac{3}{4})^7 \cdot (\frac{3}{4})^9 = (\frac{3}{4})^{16}$

b)  $0,5^3 \cdot 0,5^5 = 0,5^8$

c)  $(-3)^3 \cdot (-3)^4 = (-3)^7$

d)  $(-6)^6 \cdot (-6)^7 = (-6)^{13}$

e)  $(-0,5)^4 \cdot (-0,5) = (-0,5)^5$

f)  $(1,6) \cdot (1,6)^7 \cdot (1,6)^5 = 1,6^{13}$

g)  $\sqrt{7^3} \cdot \sqrt{7^5} = (\sqrt{7})^8$

h)  $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6^3} = (\sqrt{6})^4$

3)

a)  $a^5 \cdot a^7 = a^{12}$

b)  $a^x \cdot a^n = a^{x+n}$

c)  $a \cdot a^m = a^{m+1}$

d)  $a^n \cdot a^n = a^{2n}$

e)  $a^{n-1} \cdot a^4 = a^{4+(n-1)}$

f)  $a^{n-1} \cdot a^{n+1} = a^{(n-1)+n+1} = a^{2n}$

g)  $x^{n-1} \cdot x^{3n-2} = x^{(n-1)+(3n-2)}$

h)  $x \cdot x^{n-1} = x^{n+n-1} = x^{2n-1}$

i)  $y \cdot y^{5n-2} = y^{1+5n-2} = y^{5n-1}$

k)  $y^3 \cdot y^4 \cdot y^{2m} = y^{7+2m}$

l)  $z^n \cdot z^m \cdot z^p = z^{n+m+p}$

m)  $z^3 \cdot z^4 \cdot z^3 = z^{10}$

n)  $x^{3m} \cdot x^{4m} \cdot x^{5m} \cdot x^{m-1} = x^{12m+m-1}$

o)  $x^{2k} \cdot x^{-2k+1} \cdot x^3 = x^{2k-2k+1+3}$

# Regeln für das Rechnen mit Potenzen:

## 1. Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Beispiele:

$$8^3 \cdot 8^5 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^8$$

$$2^6 \cdot 2^3 = 2^{6+3} = 2^9$$

$$(\sqrt{3})^3 \cdot (\sqrt{3})^7 = (\sqrt{3})^{10} = 3^5$$

## 2. Division von Potenzen mit gleicher Basis

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad \text{für } m > n$$

Begründung:

$$\frac{8^5}{8^3} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 8} = 8 \cdot 8 = 8^2 = 64$$

Man kürzt die einzelnen Achten einfach weg.

**Einschränkungen:**

$$1. m > n \quad a^m : a^n = a^{m-n}$$

**Begründung:**

$$\frac{8^5}{8^3} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 8} = 8 \cdot 8 = 8^2 = 64$$

Man kürzt die einzelnen Achten weg.

$$2. m=0 \quad a^0=1$$

**Begründung:**

$$8^0 : 8^0 = 1/1 = 1$$

$$3. m < n \quad a^{m-n} = a^{-p} = 1/a^p$$

**Begründung:**

$$\frac{8^4}{8^8} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{1}{8^4} = 8^{-4}$$

**Definitionen:****1. Definition:**

$$\frac{8^8}{8^8} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{1}{1} = 1$$

**2. Definition:**

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Aufgaben:*B) Division von Potenzen mit gleicher Basis*1) *Schreibe als eine Potenz.*

a)  $23^{10}/23^6$  b)  $8^{12}/8^{11}$  c)  $x^9/x^5$  d)  $x^4 \cdot x^3/x^7$  e)  $a^5/a$

2) *Berechne.*

a)  $b^{m+7}/b^7$  b)  $(a-d)^{k+4}/(a-d)^5$  c)  $y^{3k}/y^{2k}$  d)  $10^{2k+2}/10000$

Lösungen:

1.

a)  $23^{10}/23^6 = 23^4$

b)  $8^{12}/8^{11} = 8^1 = 8$

c)  $x^9/x^5 = x^4$

d)  $x^4 \cdot x^3/x^7 = 1$

e)  $a^5/a = a^4$

2.

a)  $b^{m+7}/b^7 = b^{m+7-7} = b^m$

b)  $(a-d)^{k+4}/(a-d)^5 = (a-d)^{k+4-5} = (a-d)^{k-1}$

c)  $y^{3k}/y^{2k} = y^{3k-2k} = y^{1k} = y^k$

d)  $10^{2k+2}/10000 = 10^{2k+2}/10^4 = 10^{2k+2-4} = 10^{2k-2}$

## Aufgaben zum Rechnen mit Potenzen mit gleicher Basis

Aufgaben / Lösungen:

1)

a)  $-2^6 \cdot (-2)^2 = (-2)^4$

b)  $(-7)^{-2} \cdot (-7)^4 = (-7)^6$

c)  $(-0,3)^4 : (-0,3)^2 = (-0,2)^2$

d)  $(-1,6)^3 \cdot (-1,6)^{-4} = (-1,6)^{-1}$

e)  $(\sqrt{2})^3 \cdot (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^5 = 2^2 + (\sqrt{2})^1$

f)  $(\sqrt{3})^4 : (\sqrt{3})^{-1} = (\sqrt{3})^5 = 3^2 + \sqrt{3} = 9 + \sqrt{3}$

g)  $(2\sqrt{2})^{-3} : (2\sqrt{2})^{-4} = (2\sqrt{2})^1 = 2\sqrt{2}$

h)  $-2\sqrt{3} \cdot (-2\sqrt{3})^{-1} = (-2\sqrt{3})^0 = 1$

2)

a)  $z^{n+1} \cdot z^{-n} = z^1 = z$

b)  $a^{k+1} : a^{k-1} = a^{2k}$

c)  $b^x : b^{x-1} = b^{-1} = 1/b$

d)  $r^{2a} \cdot r^{1-a} = r^{a-1}$

e)  $x^{3k} \cdot x^{-3k} = x^1 = x$

f)  $y^{1-k} : y^{k-1} = y^0 = 1$

g)  $z^2 : z^n = z^{2-n}$

h)  $e^{-x} : e = e^{-x-1}$

i)  $x^5 / x^4 = x^1 = x$

k)  $a^7 / a^{-3} = a^{10}$

l)  $4,6 \cdot a^3 b / 23 \cdot a \cdot b^{-2} = 0,2 a^2 b^3$

m)  $56 r^2 s^{-1} r^{-1} / 1,4 \cdot s^3 r^{-2} = 40 r^4 s^{-4} r^{-1}$

## Definitionen:

1. Definition:

$$a^0=1 \quad 8^8/8^8=8*8*8*8*8*8*8*8/8*8*8*8*8*8*8*8=1/1=1$$

2. Definition:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

3. Definition:

$$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

Beispiele:

$$\frac{1}{x^{-5}} = x^5$$

$$\frac{1}{x^{-7}} = x^7$$

Aufgaben zu Potenzen

## 1. Schreibe als Potenz

a)  $1/36$  b)  $0,9$  c)  $1/729$  d)  $1/360$  e)  $1/8100000$  f)  $1/81$

## 2. Schreibe als Bruch bzw. als Dezimalzahl.

a)  $4^2 \cdot 10^{-2}$  b)  $3^{-3} \cdot 10^{-2}$  c)  $9^{-2} \cdot 10^{-4}$  d)  $9^{-2} \cdot 10^4$

## 3. Vereinfache.

a)  $\frac{1}{(a+b)^{-3}}$  b)  $\frac{5}{(a-b)^{-3}}$  c)  $\frac{2}{x^{-4}}$  d)  $\frac{7}{x^{-3+m}}$  e)  $\frac{a+b}{(a-b)^{-1}}$  f)  $\frac{1}{x^{-11}}$

**Lösungen:**

1.

a)  $1/36 = 1/6^2 = 6^{-2}$

b)  $0,9 = 9/10 = 3^2 \cdot 10^{-1}$

c)  $1/729 = 1/9^3 = 9^{-3}$

d)  $1/360 = 1/36 \cdot 1/10 = 6^{-2} \cdot 10^{-1}$

e)  $1/8100000 = 1/81 \cdot 1/100000 = 3^{-4} \cdot 10^{-5}$

f)  $1/81 = 9^{-2}$

2.

a)  $4^2 \cdot 10^{-2} = 16 \cdot 1/100 = 16/100 = 0,16$

b)  $3^{-3} \cdot 10^{-2} = 1/3^3 \cdot 1/100 = 1/27 \cdot 1/100 = 1/2700$

c)  $9^{-2} \cdot 10^{-4} = 1/9^2 \cdot 1/1000 = 1/81 \cdot 1/1000 = 1/81000$

d)  $9^{-2} \cdot 10^4 = 1/9^2 \cdot 1000 = 1/81 \cdot 1000 = 1000/81$

3.

a)  $\frac{1}{(a+b)^{-3}} = (a+b)^3$

b)  $\frac{5}{(a-b)^{-3}} = 5(a-b)^3$

c)  $\frac{2}{x^{-4}} = 2x^4$

d)  $\frac{7}{x^{-3+m}} = \frac{7}{x^{-3} \cdot x^m} = \frac{7x^3}{x^m}$

e)  $\frac{a+b}{(a-b)^{-1}} = (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

f)  $\frac{1}{x^{-11}} = x^{11}$