Wurzelrechengesetze

$$\sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$
$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b}$$

Bespiele:

$\sqrt[3]{27} \bullet \sqrt[3]{125} = 3*5 = 15 = 27^{1/3} * 125^{1/3} = (27*125)^{1/3} = \sqrt[3]{27*125}$

Aufgaben zu Wurzelgesetze:

1.)

a) $\sqrt[3]{2} \bullet \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2$

b) $\sqrt{3} \bullet \sqrt{27} = \sqrt{81} = 9$

c) $\sqrt[5]{4} \bullet \sqrt[5]{2,5} = \sqrt[5]{10}$

d) $\sqrt[4]{32} : \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{16} = 2$

e) $\sqrt[4]{10y} : \sqrt[4]{2y} = \sqrt[4]{5}$

$\sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[m]{a} = \sqrt[nm]{a}$

$\sqrt[3]{2} * \sqrt[5]{2} = 2^{1/3} * 2^{1/5} = 2^{5/15+3/15} = 2^{8/15} = \sqrt[15]{2^8}$

Aufgaben zu Wurzelgesetze:

2.)

a) $\sqrt[4]{6} : \sqrt[3]{6} = 6^{1/4} : 6^{1/3} = 6^{-1/12} = 1/\sqrt[12]{6}$

b) $\sqrt[3]{4} \bullet \sqrt[4]{4} = \sqrt[12]{4^7}$

c) $\sqrt{x} : \sqrt[4]{x} = x^{1/2} : x^{1/4} = \sqrt[4]{x}$

$\sqrt[12]{6^{-1}} = \sqrt[12]{1/6} = 6^{-1/12} = \sqrt[12]{1/6} = \sqrt[12]{1}/\sqrt[12]{6} = 1/\sqrt[12]{6}$

Aufgaben zu Wurzeln

1.

a) $\sqrt{8} \bullet \sqrt{8}$ *b)* $\sqrt{17} : \sqrt{17}$ *c)* $\sqrt{3^2} \bullet \sqrt{3^2}$ *d)* $\sqrt{9} \bullet \sqrt{9}$

e) $\sqrt{9} \bullet \sqrt{3}$ *f)* $\sqrt{25} : \sqrt{5}$ *g)* $\sqrt{0,2} \bullet \sqrt{10}$ *h)* $\sqrt{0,16} \bullet \sqrt{0,01}$

2. Vereinfache.

a) $5^{\frac{1}{2}} \bullet 5^{\frac{1}{4}}$ *b)* $3^{1/3} \bullet 3^{\frac{1}{2}}$ *c)* $4^{\frac{1}{4}} \bullet 4^{\frac{1}{4}}$ *d)* $3^{-2/3} \bullet 3^{\frac{3}{4}}$ *e)* $8^{3/5} \bullet 8^{-3/10}$

f) $7^{\frac{1}{2}} : 7^{1/3}$ *g)* $5^{-\frac{1}{2}} : 5^{2/3}$ *h)* $4^{-2/3} : 4^{-0,5}$ *i)* $b^{-\frac{1}{2}} : b$ *k)* $3^x : 3^{-\frac{1}{2}}$

l) $x^{1/n} : x^{-1/n}$ *m)* $y^{1/q} : y^{1/q}$ *n)* $z^{-1/n} \bullet z^{-1/n}$ *o)* $o^{3/2} : t^{-1/2}$ *p)* $c^{-\frac{1}{2}} \bullet c^4$

3. Vereinfache.

a) $(2^{\frac{1}{2}})^4$ *b)* $(3^{\frac{1}{2}})^4$ *c)* $(5^{2/3})^{\frac{1}{4}}$ *d)* $(4^{1/5})^{-\frac{3}{4}}$ *e)* $(3^{-\frac{3}{4}})^{-4/5}$

4.

a) $(x^{5/4} : y^{-5/8})^{-4/5}$

Lösungen:

1.

a) $\sqrt{8} \bullet \sqrt{8} = \sqrt{64} = 8$
b) $\sqrt{17} : \sqrt{17} = 1$
c) $\sqrt{3^2} \bullet \sqrt{3^2} = 3 \bullet 3 = 9$
d) $\sqrt{9} \bullet \sqrt{9} = \sqrt{81} = 9$
e) $\sqrt{9} \bullet \sqrt{3} = \sqrt{27}$
f) $\sqrt{25} : \sqrt{5} = \sqrt{5}$
g) $\sqrt{0,2} \bullet \sqrt{10} = \sqrt{2}$
h) $\sqrt{0,16} \bullet \sqrt{0,01} = \sqrt{0,0016}$

2.

a) $5^{\frac{1}{2}} \bullet 5^{\frac{1}{4}} = 5^{\frac{3}{4}}$
b) $3^{1/3} \bullet 3^{\frac{1}{2}} = 3^{5/6}$
c) $4^{\frac{1}{4}} \bullet 4^{\frac{1}{4}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$
d) $3^{-2/3} \bullet 3^{\frac{3}{4}} = 3^{1/12}$
e) $8^{3/5} \bullet 8^{-3/10} = 8^{3/10}$
f) $7^{\frac{1}{2}} : 7^{1/3} = 7^{1/6}$
g) $5^{-\frac{1}{2}} : 5^{2/3} = 5^{-7/6}$
h) $4^{-2/3} : 4^{-0,5} = 4^{-7/6}$
i) $b^{-\frac{1}{2}} : b = b^{-1,5}$
k) $3^{x} : 3^{-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}}$
l) $x^{1/n} : x^{-1/n} = x^{1/n+1/n} = x^{2/n}$
m) $y^{1/q} : y^{1/q}$
n) $z^{-1/n} \bullet z^{-1/n} = z$
o) $o^{3/2} : t^{-1/2}$
p) $c^{-\frac{1}{2}} \bullet c^{4} = c^{3,5}$

3. Vereinfache.

a) $(2^{\frac{1}{2}})^4 = 2^2 = 4$
b) $(3^{\frac{1}{2}})^4 = 3^2 = 9$
c) $(5^{2/3})^{\frac{1}{4}} = 5^{1/6}$
d) $(4^{1/5})^{-\frac{3}{4}} = 4^{-3/20}$
e) $(3^{-\frac{3}{4}})^{-4/5} = 3^{3/5}$

4.

a) $(x^{5/4} : y^{-5/8})^{-4/5}$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[nm]{a}$$

Beispiele:

$\sqrt[3]{\sqrt[3]{4^9}} = \sqrt[9]{4^9} = 4 = \sqrt[3]{4^{9/3}} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

$\sqrt[3]{\sqrt[4]{256}} = \sqrt[12]{256} = 256^{1/12}$

Aufgaben zu Wurzelgesetzen:

18) Vereinfache.

b) $\sqrt[3]{\sqrt{8^4}}$ c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{216}}$ e) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{32768}}$

Lösungen:

18)

b) $\sqrt[3]{\sqrt{8^4}} = \sqrt[12]{8^4} = 8^{1/3} = \sqrt[3]{8} = 2$
c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{216}} = \sqrt[12]{216} = 216^{1/12}$
e) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{32768}} = \sqrt[15]{32768} = 2$

Teilweise Radizieren

$x^2=16$
$x=4; x=-4$

$x^2=7a$
$x=\sqrt{7a}; x=-\sqrt{7a}$

$x^5=a^8$
$x=\sqrt[5]{a^8}$
$x=-\sqrt[5]{a^8}$

$x^2=256$
$x=\sqrt{256}; x=-\sqrt{256}$
$x=16; x=-16$

$x^{90}=a^{100}$
$x=\sqrt[90]{a^{100}}=a^{100/90}=a^{10/9}=\sqrt[9]{a^{10}}$

$\sqrt{8}=\sqrt[2]{2^3}=\sqrt[2]{2^2}*\sqrt[2]{2}=2*\sqrt{2}$

$\sqrt{27}/3=\sqrt{3^3}/3=\sqrt{3^2}*\sqrt{3}/3=\sqrt{3}$

Aufgabe:

21) Radiziere teilweise.

c) $\sqrt[3]{40}/2$ d) $2/\sqrt{12}$

Lösungen:

21) Radiziere teilweise.

c) $\sqrt[3]{40}/2=\sqrt[3]{5}*\sqrt[3]{2^3}/2=\sqrt[3]{5}$
d) $2/\sqrt{12}=2/\sqrt{2^2}*\sqrt{3}=1/\sqrt{3}$

Nenner rational machen

$1/\sqrt{3}=\sqrt{3}/\sqrt{3}*\sqrt{3}=\sqrt{3}/3$